

1

解答解説のページへ

行列  $A, B, C$  を  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$  で定める。次の問いに答

えよ。

- (1) 積  $ABC$  を計算せよ。
- (2)  $BCAB = kB$  となる定数  $k$  を求めよ。
- (3) 自然数  $n$  に対して,  $(ABC)^n$  を計算せよ。

2

解答解説のページへ

$\alpha = \cos \frac{360^\circ}{5} + i \sin \frac{360^\circ}{5}$  とする。ただし、 $i$  は虚数単位である。100 個の複素数  $z_1, z_2, \dots, z_{100}$  を、 $z_1 = \alpha$ ,  $z_n = z_{n-1}^3$  ( $n = 2, \dots, 100$ ) で定める。次の問いに答えよ。

- (1)  $z_5$  を  $\alpha$  を用いて表せ。
- (2)  $z_n = \alpha$  となるような  $n$  の個数を求めよ。
- (3)  $\sum_{n=1}^{100} z_n$  の値を求めよ。

3

解答解説のページへ

$a$  を正の定数とする。不等式  $a^x > x$  が任意の正の実数  $x$  に対して成り立つような  $a$  の値の範囲を求めよ。

4

解答解説のページへ

$t$  を正の実数とし,  $k$  を自然数とする。無限等比級数  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-kt(n-1)}$  を考える。次の問い

に答えよ。

- (1) 上の無限級数の和を  $f_k(t)$  とするとき, それを  $t$  と  $k$  を用いて表せ。
- (2)  $x > 0$  のとき,  $F_k(x) = \int_1^x f_k(t) dt$  を計算せよ。
- (3)  $x > 0$  のとき,  $\lim_{k \rightarrow \infty} F_k(x)$  を求めよ。

5

解答解説のページへ

次のようなゲームを考える。右のように 1 から 9 までの数字が書かれている表を用意する。

5	2	8
1	9	3
7	4	6

一方、9 枚のカードがあり 1 から 9 までの数字が 1 つずつ書かれている。これらのカードをよく混ぜ、順に並べる。カードを並べた順に見て、カードに書いてある数字を表から消し、かわりに \* 印を書き込む。この表で縦、横あるいは斜めのいずれかに \* 印が 3 つ初めて並んだとき、その時点で表にある \* 印の個数を得点とする。

たとえば、最初の 4 枚のカードが、順に 5, 4, 6, 9 であれば、下のように変化する。

*	2	8
1	9	3
7	4	6

*	2	8
1	9	3
7	*	6

*	2	8
1	9	3
7	*	*

*	2	8
1	*	3
7	*	*

その結果、\* 印が初めて 3 つ並んだ。このとき、得点は 4 である。次の問いに答えよ。

- (1) このゲームで起こり得る最小の得点を求めよ。また、得点が最小となる確率を求めよ。
- (2) このゲームで起こり得る最大の得点を求めよ。また、得点が最大となる確率を求めよ。