

1

解答解説のページへ

次の問いに答えよ。ただし、 i は虚数単位とする。

- (1) 複素数 z に対し、 $w = \frac{z-i}{z+i}$ とする。 z が実軸上を動くとき、複素数平面上で w を表す点が描く図形を求めよ。
- (2) 複素数 z とその共役複素数 \bar{z} に対し、 $w_1 = \frac{z-i}{z+i}$ 、 $w_2 = \frac{\bar{z}-i}{z+i}$ とする。 $z \neq \pm i$ のとき、複素数平面上で w_1 を表す点を P 、 w_2 を表す点を Q とする。 P 、 Q と原点 O が同一直線上にあることを示せ。

2

解答解説のページへ

三角形 ABC があり, $AB = 2$, $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$, $\angle CAB > \frac{\pi}{4}$ とする。点 A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とし, $\angle CAH = \alpha$ とする。辺 AB の中点を M とする。線分 AM 上に A と異なる点 X をとる。3 点 A, X, H を通る円の中心を P, 半径を r , $\angle PAH = \theta$ とする。この円と直線 AC との交点で, A と異なる点を Y とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\cos \theta$ を r を用いて表せ。
- (2) $AX + AY$ を r と α を用いて表せ。
- (3) X のとり方によらず, $AX + AY$ がつねに一定の値になるときの α の値を求めよ。

3

解答解説のページへ

関数 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{4}|x|}}{x^2 - 3x + 18}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の極小値をすべて求めよ。
- (2) $f(x)$ の最小値を求めよ。ただし、必要ならば $e > 2.7$ を用いてよい。

4

解答解説のページへ

$f(x)$ は実数全体で定義された何回でも微分可能な関数で、 $f(0) = 0$ 、 $f(\pi) = 0$ を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1) $\int_0^{\pi} f(x) \sin x \, dx = -\int_0^{\pi} f''(x) \sin x \, dx$ を示せ。

(2) $f(x) = x(x - \pi)$ のとき、実数 a に対し、 $F(a) = \int_0^{\pi} \{af(x) - \sin x\}^2 dx$ とする。
 a を変化させたとき、 $F(a)$ を最小にする a の値を求めよ。

5

解答解説のページへ

座標平面上の点 (p, q) で, p と q がともに整数であるものを格子点という。次の問いに答えよ。

- (1) 自然数 n に対し, $p + 2q = n, p > 0, q > 0$ を満たす格子点 (p, q) の個数を a_n とする。 a_n を求めよ。
- (2) 自然数 n に対し, $p + 2q < n, p > 0, q > 0$ を満たす格子点 (p, q) の個数を b_n とする。 b_n を求めよ。
- (3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n^2}$ を求めよ。