

1

解答解説のページへ

行列  $A, B$  を,  $A = \begin{pmatrix} k & 4 \\ -1 & k-4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $A$  の逆行列が存在しないような  $k$  の値を求めよ。
- (2)  $A$  の逆行列が存在するとき,  $AX = B$  となる  $X = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$  を  $a, b, k$  を用いて表せ。
- (3)  $A$  の逆行列が存在しないとき,  $AX = B$  を満たす行列  $X$  があるような  $a, b$  の値を求めよ。

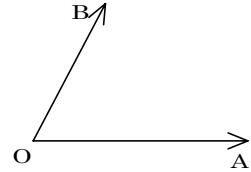
2

解答解説のページへ

3点  $O, A, B$  は、一直線上にない点とし、 $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}$  とする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とおく。このとき次の問いに答えよ。

(1) 点  $P$  を  $\overrightarrow{BP} = t\overrightarrow{BC}$  ( $t$  は実数) を満たす点とする。このとき、 $\overrightarrow{OP}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $t$  で表せ。

(2) 点  $Q$  を  $\overrightarrow{OQ} = 2s\overrightarrow{OA}$  ( $s$  は実数) を満たす点とする。  $P$  と  $Q$  の中点を  $M$  とする。  $t, s$  が  $0 \leq t \leq 1, 0 \leq s \leq 1$  を満たしながら変化するとき、点  $M$  の存在する範囲を図示せよ。



3

解答解説のページへ

次の問いに答えよ。

- (1)  $a, b, c$  を整数とする。  $x$  に関する 3 次方程式  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  が有理数の解をもつならば、その解は整数であることを示せ。ただし、正の有理数は 1 以外の公約数をもたない 2 つの自然数  $m, n$  を用いて  $\frac{n}{m}$  で表せることを用いよ。
- (2) 方程式  $x^3 + 2x^2 + 2 = 0$  は、有理数の解をもたないことを背理法を用いて示せ。

4

解答解説のページへ

関数  $f(x) = 1 + \frac{1}{2x} + \frac{\log x}{x}$  ( $x > 0$ ) を考える。次の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数  $\log x$  の底である。

- (1)  $f(x)$  の極値と変曲点を求め、グラフの概形を描け。ここで  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$  を用いてよい。また、グラフと座標軸との交点の座標は求めなくてよい。
- (2) 定積分  $\int_{\frac{1}{e}}^e f(x) dx$  の値を求めよ。

5

解答解説のページへ

白球 3 個, 赤球 2 個, 青球 1 個合計 6 個の球の入っている袋がある。最初に A 君が、つぎのルール(i), (ii)に従って袋から球を 1 個または 2 個取り出す。次に B 君が同じルールに従って、袋に残った球を 1 個または 2 個取り出す。ただし、いったん取り出した球は元の袋には戻さないものとする。

- (i) 取り出した 1 個目が赤球ならば, 2 個目を取り出すことはできない。
- (ii) 取り出した 1 個目が赤球以外ならば, さらに 1 個だけ取り出す。

白球は 1 点, 赤球は 2 点, 青球は 3 点とし, 取り出した球の合計点を各自の得点とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1) A 君と B 君の得点と同じになる確率  $p_1$  を求めよ。
- (2) A 君の得点が B 君の得点より大きくなる確率  $p_2$  を求めよ。