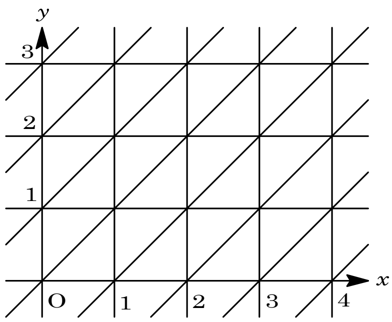
1

解答解説のページへ

xy 平面全体が右図のような直線の配列で埋められているとする。

このとき，点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{2}{3},\ \dfrac{1}{3}\right)$ と $\mathrm{P}\left(m+\dfrac{2}{3},\ n+\dfrac{1}{3}\right)$ について，A から P に至るのに横切らなければならない直線の本数の最小値を m と n を用いて表せ。ただし，m, n は負でない整数であるとする。



2

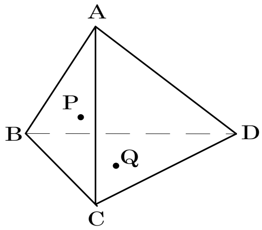
解答解説のページへ

四面体 ABCD を考える。

面 ABC 上の点 P と面 BCD 上の点 Q について,

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = x\overrightarrow{\mathrm{AB}} + y\overrightarrow{\mathrm{AC}},\quad \overrightarrow{\mathrm{AQ}} = s\overrightarrow{\mathrm{AB}} + t\overrightarrow{\mathrm{AC}} + u\overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

とおくとき, $x : y = s : t$ ならば, 線分 AQ と DP が交わることを示せ。



3

解答解説のページへ

2 つの関数 $f(x)=x(1-x)$，$g(x)=\dfrac{2x}{2+x}$ を用いて，数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ を

$$0<a_0=b_0<\frac{1}{2},\ a_{n+1}=f(a_n),\ b_{n+1}=g(b_n)\ (n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$$

によって定める。次の問いに答えよ。

(1) $0<x<\dfrac{1}{2}$ において，$f(x)$ は単調増加であることを示せ。また $x>0$ のとき，$f(x)<g(x)<x$ であることを示せ。

(2) $n=1,\ 2,\ \cdots$ に対して，$0<a_n<b_n<\dfrac{1}{2}$ であることを示せ。

(3) b_n を求めよ。

4

解答解説のページへ

関数 $f(x)=\dfrac{\cos x}{\sqrt{6-2\sin x}}$ を考える。$0\leqq x\leqq 2\pi$ とする。次の問いに答えよ。

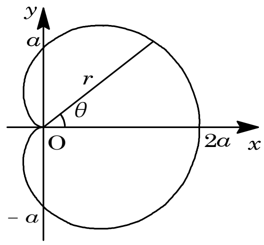
(1)　$f(x)$ の導関数を求めよ。

(2)　$f(x)$ の最小値を求めよ。またその最小値を与える x に対して，$\cos x$ の値を求めよ。

(3)　$y=f(x)$ のグラフの x 軸より下方にある部分と x 軸とで囲まれる部分の面積を求めよ。

5　　解答解説のページへ

$a>0$ を定数として，極方程式 $r=a(1+\cos\theta)$ により表される曲線 C_a を考える。次の問いに答えよ。



(1)　極座標が $\left(\dfrac{a}{2},\ 0\right)$ の点を中心とし半径が $\dfrac{a}{2}$ である円 S を，極方程式で表せ。

(2)　点 O と曲線 C_a 上の点 $\mathrm{P}\neq\mathrm{O}$ とを結ぶ直線が円 S と交わる点を Q とするとき，線分 PQ の長さは一定であることを示せ。

(3)　点 P が曲線 C_a 上を動くとき，極座標が $(2a,\ 0)$ の点と P との距離の最大値を求めよ。