1　　解答解説のページへ

座標平面において，円 $x^2+y^2=1$ 上の点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ $(0<b<1)$ における接線を l とし，l と x 軸の交点を Q とする。点 $\mathrm{R}(4,\ 0)$ と l の距離が 2 であるとき，次の問いに答えよ。

(1)　点 P の座標 $(a,\ b)$ を求めよ。

(2)　$\triangle\mathrm{PQR}$ の面積を求めよ。

2

解答解説のページへ

座標空間において，中心が$A(0,\ 0,\ a)\ (a>0)$で半径がrの球面

$$x^2+y^2+(z-a)^2=r^2$$

は，点$B(\sqrt{5},\ \sqrt{5},\ a)$と点$(1,\ 0,\ -1)$を通るものとする。次の問いに答えよ。

(1)　rとaの値を求めよ。

(2)　点$P(\cos t,\ \sin t,\ -1)$について，ベクトル$\overrightarrow{AB}$と$\overrightarrow{AP}$を求めよ。さらに内積$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}$を求めよ。

(3)　$\triangle ABP$の面積Sをtを用いて表せ。また，tが$0\leqq t\leqq 2\pi$の範囲を動くとき，Sの最小値と，そのときのtの値を求めよ。

3

解答解説のページへ

行列 $A=\begin{pmatrix} 0 & -r \\ -r & 0 \end{pmatrix}$ $(r>0)$ と座標平面上の点 $\mathrm{P}_0(-1,\ 2)$, $\mathrm{P}_1(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{P}_2(x_2,\ y_2)$, $\cdots$, $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$, $\cdots$ は, 式

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}=A^n\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすものとする。次の問いに答えよ。

(1) A^{2k}, A^{2k+1} $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を求めよ。

(2) x_n, y_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を求めよ。

(3) 線分 $\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n$ の長さを d_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とする。数列 $\{d_n\}$ の初項 d_1 と一般項 d_n を求めよ。また, 無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ が収束し, その和が 3 となるような r の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

$a\,(a>0)$ を定数とし，$f(x)=2a\log x-(\log x)^2$ とする。関数 $y=f(x)$ のグラフは，x 軸と点 $\mathrm{P}_1(x_1,\ 0)$，$\mathrm{P}_2(x_2,\ 0)$ $(x_1<x_2)$ で交わっている。次の問いに答えよ。

(1)　x_1，x_2 の値を求めよ。また，$y=f(x)$ の最大値と，そのときの x の値を求めよ。

(2)　点 P_1，P_2 における $y=f(x)$ の接線をそれぞれ l_1，l_2 とする。l_1 と l_2 の交点の x 座標を $X(a)$ と表すとき，$\displaystyle\lim_{a\to\infty}X(a)$ を求めよ。

(3)　$a=1$ とするとき，$y=f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。