1　　解答解説のページへ

次の問いに答えよ。

(1)　条件 $x_1 = 1$，$x_{n+1} = x_n + 2^n$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ によって定められる数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　条件 $y_1 = \dfrac{4}{3}$，$\dfrac{1}{y_{n+1}} = \dfrac{4}{y_n} + \dfrac{3}{4}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ によって定められる数列 $\{y_n\}$ の一般項を求めよ。

(3)　$\{x_n\}$，$\{y_n\}$ をそれぞれ(1), (2)の数列とする。2 つのベクトル

$$\overrightarrow{a_n} = \left(16 - \frac{1}{x_n},\ \frac{16}{x_n} - 1\right),\ \overrightarrow{b_n} = \left(\frac{x_n}{4},\ \frac{1}{y_n}\right)$$

が垂直であるときの正の整数 n の値を求めよ。

2

解答解説のページへ

xy 平面上の円 $C: x^2+y^2=3$ 上に 2 点 $\mathrm{A}(0,\ \sqrt{3})$, $\mathrm{B}(0,\ -\sqrt{3})$ がある。点 $\mathrm{P}(0,\ \sqrt{2})$ を通る直線と円 C の交点を Q, R とする。ただし, 点 R は第 1 象限にあり, $\angle\mathrm{APR}=\theta\ \left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 原点 O から線分 QR へ垂線をひき QR との交点を S とする。線分 OS, QR の長さをそれぞれ θ を用いて表せ。

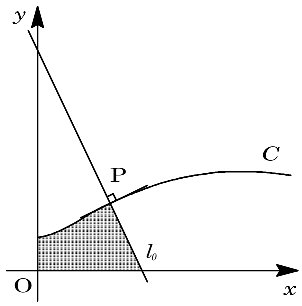
(2) $\triangle\mathrm{AQB}$ と $\triangle\mathrm{ABR}$ の面積をそれぞれ T_1, T_2 とする。$T_1=\sqrt{3}\,\mathrm{QP}\sin\theta$, $T_2=\sqrt{3}\,\mathrm{PR}\sin\theta$ が成り立つことを示し, 四角形 AQBR の面積 $S(\theta)$ を求めよ。

(3) (2)の $S(\theta)$ に対して, $2\sqrt{3}<S(\theta)$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。

3

解答解説のページへ

xy 平面上に媒介変数 t で表された曲線 $C: x = 2t - \sin t$，$y = 2 - \cos t$ がある。$t = \theta\ (0 < \theta < \pi)$ のときの点 $\mathrm{P}(2\theta - \sin\theta,\ 2 - \cos\theta)$ における C の法線を l_θ とする。l_θ と x 軸と y 軸で囲まれた三角形の面積を $S(\theta)$ とし，その三角形と曲線 C の下側にある部分との共通部分（図の網点部）の面積を $T(\theta)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。



(1)　直線 l_θ を求めよ。

(2)　$S(\theta)$ を求めよ。

(3)　$T(\theta)$ を求めよ。

(4)　極限値 $\displaystyle\lim_{\theta \to +0} \frac{T(\theta)}{S(\theta)}$ を求めよ。

4

解答解説のページへ

定数 a, b, c に対し，行列 $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ -1 & b \end{pmatrix}$，$X=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$，$D=\begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & -2c \end{pmatrix}$ が等式 $AX=XD$ を満たしている。このとき，次の問いに答えよ。

(1) a, b, c の値を求めよ。

(2) 正の整数 n に対し，A^n を求めよ。

(3) (2)の A^n に対し，$A^n=\begin{pmatrix} s_n & t_n \\ u_n & w_n \end{pmatrix}$，$x_n=s_n-u_n$，$y_n=t_n-w_n$ とおく。xy 平面上の点 P_n，Q_n を $\mathrm{P}_n(x_n,\ x_n)$，$\mathrm{Q}_n(x_{n+1},\ y_{n+1})$ と定める。3 つの直線 OP_n，OQ_n，$\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$ で囲まれた部分を y 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を V_n とする。このとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ の和を求めよ。