

1

解答解説のページへ

a を実数の定数とする。 x の 2 次方程式 $x^2 + (a-1)x + a + 2 = 0 \dots\dots(*)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 2 次方程式(*)が $0 \leq x \leq 2$ の範囲には実数解をただ 1 つもつとき、 a の値の範囲を求めよ。
- (2) $-2 \leq a \leq -1$ のとき、2 次方程式(*)の実数解 x のとりうる値の範囲を求めよ。

2

解答解説のページへ

次の問いに答えよ。

- (1) 整数 $n \geq 3$ に対して, ${}_n C_3 = \sum_{k=3}^n {}_{k-1} C_2$ が成り立つことを示せ。
- (2) 整数 $k \geq 3$ に対して, $x + y + z = k$ を満たす自然数 x, y, z の組 (x, y, z) の個数は $\frac{1}{2}(k-1)(k-2)$ であることを示せ。
- (3) 整数 $m \geq 0$ に対して, $x + y + z = m$ を満たす負でない整数 x, y, z の組 (x, y, z) の個数を, (1), (2)を用いて求めよ。

3

解答解説のページへ

定数 k に対して、関数 $f(t)$ と $g(t)$ をそれぞれ

$$f(t) = 3^{k+t} + 3^{k-t}, \quad g(t) = 3^{k+t} - 3^{k-t}$$

と定める。すべての実数 t に対して、 $f(2t) = \{f(t)\}^2 + \{g(t)\}^2$ が成り立つとき、次の問いに答えよ。

- (1) 定数 k を求めよ。また、 $\{f(t)\}^2 - \{g(t)\}^2$ を求めよ。
- (2) 媒介変数 t で表された曲線 $C: x = 2f(t), y = g(t) - 1$ を x と y の方程式で表し、 C を座標平面上に図示せよ。
- (3) (2)の曲線 C 上の点 P における接線が原点 O を通るとき、接点 P の座標を求めよ。

4

解答解説のページへ

次を示せ。

$$(1) \log(n+1) < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\log n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = 1$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\log n} \int_1^{n+1} \left| \frac{\sin \pi x}{x} \right| dx = \int_0^1 \sin \pi y dy = \frac{2}{\pi}$$