

1

解答解説のページへ

中心がそれぞれ  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$  である半径 1 の円  $A$ ,  $B$  を考える。円  $C$  が,  $A$  を内側に含み,  $B$  の外側にあり, しかも,  $A$ ,  $B$  の両方に接しながら動くとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 円  $C$  の中心の軌跡を求めよ。
- (2) 円  $C$  が直線  $y = 2$  に接するとき,  $C$  の半径を求めよ。

2

解答解説のページへ

関数  $y = \sqrt{1 - (\log x)^2}$   $\left(\frac{1}{e} \leq x \leq e\right)$  のグラフを  $C$  とする。次の問いに答えよ。ただし、

対数は自然対数とし、 $e$  はその底とする。

- (1)  $C$  上の点  $A$  における  $C$  の接線が原点  $O(0, 0)$  を通るものとする。このとき、点  $A$  の  $x$  座標を求めよ。
- (2)  $C$  と  $x$  軸で囲まれた図形を、 $x$  軸のまわりに 1 回転して得られる立体の体積を求めよ。

3

解答解説のページへ

ある駅の待合室に、 $n$  個のいすが横一列に並んでいる。 $k$  人が、どの二人も隣り合わないように、いすにすわる場合の数を、 $f(n, k)$  とする。 $n \geq 2k-1$  のとき、次を証明せよ。

$$f(n, k) = {}_{n-k+1}C_k \times (k!)$$

4

解答解説のページへ

次の連立不等式の表す領域が三角形の内部になるような点  $(a, b)$  の集合を式で表し、図示せよ。

$$x - y < 0, \quad x + y < 2, \quad ax + by < 1$$

5

解答解説のページへ

$\frac{z}{2} + \frac{1}{z}$  が 0 以上 2 以下の実数であるような複素数  $z$  ( $z \neq 0$ ) を表す複素数平面上の点の集合を、式で表し、図示せよ。

6

解答解説のページへ

無作為に 13 人を選ぶとき、日曜日生まれの人の数を  $X$ 、土曜日生まれの人の数を  $Y$  とする。このとき、次の問いに答えよ。ただし、どの曜日に生まれる確率も  $\frac{1}{7}$  とする。

- (1)  $X = k, Y = m$  となる確率  $P(X = k, Y = m)$  を  $k, m$  の式として表せ。ただし、 $0 \leq k, 0 \leq m, k + m \leq 13$  とする。
- (2)  $P(X = k, Y = 2)$  が最大となる  $k$  を求めよ。