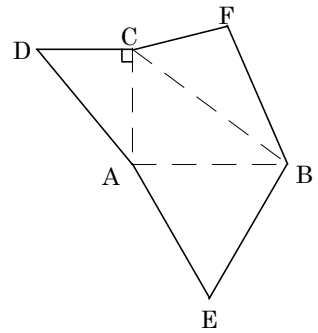


1

図はある三角錐 V の展開図である。ここで、 $AB=4$ 、 $AC=3$ 、 $BC=5$ 、 $\angle ACD=90^\circ$ で、 ABE は正三角形である。このとき、 V の体積を求めよ。

解答解説のページへ



2

解答解説のページへ

直角三角形 ABC において $\angle B$ は直角であるとし、辺 AC の長さを α とする。辺 AC を n 等分し、その分点を A に近い方から順に $D_1, D_2, D_3, \dots, D_{n-1}$ とおく。

1 $k = 1, 2, \dots, n-1$ に対し、線分 BD_k の長さを L_k とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) $S_n = \sum_{k=1}^{n-1} (L_k)^2$ を α と n で表せ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$ を α で表せ。

3

解答解説のページへ

$t > 0$ とし、 $x = t$ で表される直線を l_1 とする。 $y = \frac{x^2}{4}$ で表される放物線を C とおく。 C と l_1 の共有点 $(t, \frac{t^2}{4})$ における C の接線を l_2 とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) l_1 と l_2 のなす角を θ とするとき、 $\cos \theta$ を求めよ。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。
- (2) l_1 を l_2 に関して対称移動させた直線を l_3 とおくと、 l_3 の方程式を求めよ。
- (3) l_3 は t によらない定点を通ることを示せ。
- (4) l_3 と C の 2 つの共有点を P, Q とする。線分 PQ の長さが最小になるような t の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

$0 < a < 1$, $0 < \theta < \pi$ とする。4 点 $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $P(\cos\theta, \sin\theta)$, $Q(x, y)$ が条件 $OQ = AQ = PQ$ を満たすとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 点 Q の座標を a と θ で表せ。
- (2) a を固定する。 $0 < \theta < \pi$ の範囲で θ が動くとき、 y の最小値を求めよ。

5

解答解説のページへ

自然数 n に対して, $a_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{2n} dx$ とおく。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n で表せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}$ を求めよ。