1

解答解説のページへ

α，β を $0<\alpha<\beta<2$ を満たす実数とし，$0\leqq x\leqq 2$ の範囲で定義された関数 $f(x)$ を，$f(x)=|(x-\alpha)(x-\beta)|$ とする。

(1)　$f(x)$ の最大値を M とする。$f(x)=M$ となる x がちょうど 3 つあるとき，実数 α，β と M の値を求めよ。

(2)　(1)で求めた α，β について，$f(x)-mx=0$ が異なる 3 つの解をもつような実数 m の値の範囲を求めよ。

2

解答解説のページへ

n を自然数とし，2 次の正方行列 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ に対して，A の n 乗を $A^n=\begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ と表す。

(1)　$a_n=d_n$ と $b_n=c_n$ を示せ。

(2)　n が奇数ならば a_n は偶数であること，および，n が偶数ならば a_n は奇数であることを示せ。

3

解答解説のページへ

関数 $f(x)$ を $f(x)=\dfrac{3x^2}{2x^2+1}$ とする。

(1)　$0<x<1$ ならば, $0<f(x)<1$ となることを示せ。

(2)　$f(x)-x=0$ となる x をすべて求めよ。

(3)　$0<\alpha<1$ とし，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1=\alpha\ ,\ \ a_{n+1}=f(a_n)\quad (n=1,\ 2,\ \cdots)$$

とする。α の値に応じて，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n$ を求めよ。

4

解答解説のページへ

xyz 空間の原点 O と, O を中心とし半径 1 の球面上の異なる 4 点 A, B, C, D を考える。点 $\mathrm{A}\left(\cos\dfrac{\alpha}{2},\ \sin\dfrac{\alpha}{2},\ 0\right)$, $\mathrm{B}\left(\cos\left(-\dfrac{\alpha}{2}\right),\ \sin\left(-\dfrac{\alpha}{2}\right),\ 0\right)$ $(0<\alpha<\pi)$ とする。点 C, D は $\angle\mathrm{COA}=\angle\mathrm{COB}=\angle\mathrm{DOA}=\angle\mathrm{DOB}$ を満たし, 点 C の z 座標は正, 点 D の z 座標は負とする。

(1) 点 C の座標を α と $\theta=\angle\mathrm{COA}$ $(0<\theta<\pi)$ で表せ。

(2) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ の相異なる 2 つのベクトルのなす角がすべて等しいとき, 点 C の座標を求めよ。

5

解答解説のページへ

関数 $f(x)$ と $g(x)$ を $0 \leqq x \leqq 1$ の範囲で定義された連続関数とする。

(1)　$f(x)=\int_0^1 e^{x+t}f(t)\,dt$ を満たす $f(x)$ は定数関数 $f(x)=0$ のみであることを示せ。

(2)　$g(x)=\int_0^1 e^{x+t}g(t)\,dt+x$ を満たす $g(x)$ を求めよ。