1

解答解説のページへ

方程式$x^2+y^2-4y+2=0$で定義される円Cを考える。

(1) 点$\mathrm{A}(-\sqrt{2},\ 0)$と点$\mathrm{O}(0,\ 0)$を通り，円$C$に接する円の中心の座標を求めよ。

(2) 点Pが円C上を動くとき，$\cos\angle\mathrm{APO}$の最大値と最小値を求めよ。

2

解答解説のページへ

4 枚のカードがあって, 1 から 4 までの整数が 1 つずつ書かれている。このカードをよく混ぜて, 1 枚引いては数字を記録し, カードを元に戻す。この試行を n 回繰り返し, 記録した順に数字を並べて得られる数列を, a_1, a_2, …, a_n とする。

(1) 条件 $a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a_n = j$ を満たす数列が $A_n(j)$ 通りあるとする。ただし, $j = 1,\ 2,\ 3,\ 4$ とする。

(i) $A_n(1)$, $A_n(2)$ を求めよ。

(ii) $n \geqq 2$ のとき, $A_n(j)$ $(j = 3,\ 4)$ を $A_{n-1}(1)$, $A_{n-1}(2)$, …, $A_{n-1}(j)$ で表し, $A_n(3)$, $A_n(4)$ を求めよ。

(2) $n \geqq 2$ のとき, 条件 $a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a_{n-1}$ かつ $a_{n-1} > a_n$ となる確率を求めよ。

3

解答解説のページへ

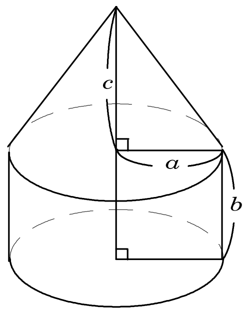
xy 平面上の曲線 $y=xe^x$ と x 軸および 2 直線 $x=n$，$x=n+1$ で囲まれる図形を D_n とする。ただし, n を自然数とする。

(1)　図形 D_n の面積を S_n として，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{ne^n}$ を求めよ。

(2)　図形 D_n を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を V_n として，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{V_n}{(S_n)^2}$ を求めよ。

4

解答解説のページへ



図のような, 半径 a の円を底面とする高さ b の円柱の上に, 同じ大きさの円を底面とする高さ c の直円錐の屋根をのせてできる建物を考える。

(1)　V をこの建物の体積, S をこの建物の外側の表面積（底面は除く）とする。V と S を a, b, c で表せ。

(2)　V を一定に保ちながら a, b, c を動かして, S を最小にしたい。

(i)　$b = xa$, $c = ya$ とおき, V と a を一定としたとき, S の最小値 T を V と a で表せ。

(ii)　T が最小になるときの比 $a : b : c$ を求めよ。

5

解答解説のページへ

楕円 $C_1 : \dfrac{x^2}{\alpha^2}+\dfrac{y^2}{\beta^2}=1$ と双曲線 $C_2 : \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ を考える。C_1 と C_2 の焦点が一致しているならば，C_1 と C_2 の交点でそれぞれの接線は直交することを示せ。