

1

解答解説のページへ

$p, q$  は素数で,  $p < q$  とする。

(1)  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{r}$  を満たす整数  $r$  は存在しないことを示せ。

(2)  $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{1}{r}$  を満たす整数  $r$  が存在するのは,  $p = 2, q = 3$  のときに限ることを示せ。

2

解答解説のページへ

$\alpha, \beta$  を 0 でない複素数とし,

$$\alpha' = \frac{\alpha}{|\alpha|^2}, \quad \beta' = \frac{\beta}{|\beta|^2}$$

とする。

- (1)  $|\alpha' - \beta'|$  を  $|\alpha|, |\beta|, |\alpha - \beta|$  を用いて表せ。
- (2)  $\alpha, \beta$  が  $|\alpha - \beta| = 1, |\alpha| = 2$  を満たしながら動くとき,  $|\alpha' - \beta'|$  の最大値と最小値を求めよ。

3

解答解説のページへ

三角形  $ABC$  において、 $|\overrightarrow{AB}| = 4$ 、 $|\overrightarrow{AC}| = 5$ 、 $|\overrightarrow{BC}| = 6$  である。辺  $AC$  上の点  $D$  は  $BD \perp AC$  を満たし、辺  $AB$  上の点  $E$  は  $CE \perp AB$  を満たす。  $CE$  と  $BD$  の交点を  $H$  とする。

- (1)  $\overrightarrow{AD} = r\overrightarrow{AC}$  となる実数  $r$  を求めよ。
- (2)  $\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$  となる実数  $s, t$  を求めよ。

4

解答解説のページへ

- (1) 曲線  $y = x^3$  と直線  $y = 3x + a$  が異なる 3 点で交わるような  $a$  の範囲を求めよ。
- (2)  $a$  が(1)の範囲を動くとき, 3 つの交点を A, B, C とし, 点  $(a, 4a)$  を D とする。3 つの線分の長さの積  $DA \cdot DB \cdot DC$  の最大値を求めよ。

5

解答解説のページへ

箱 A, 箱 B のそれぞれに赤玉が 1 個, 白玉が 3 個, 合計 4 個ずつ入っている。1 回の試行で箱 A の玉 1 個と箱 B の玉 1 個を無作為に選び交換する。この試行を  $n$  回繰り返した後, 箱 A に赤玉が 1 個, 白玉が 3 個入っている確率  $p_n$  を求めよ。