

1

解答解説のページへ

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{とする。}$$

- (1) $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して、 $AX = XA$ が成り立つとき、 a, b, c, d の満たす関係式を求めよ。
- (2) 2 次の正方行列 B, C が、 $AB = BA = C$, $BC = CB = A$ を満たすとき、 B, C を求めよ。

2

解答解説のページへ

$0 < a < 1$ とする。点 $(1, 0)$ から楕円 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ に引いた接線の接点の x 座標を b とする。

(1) b を a で表せ。

(2) 楕円 $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ の $b \leq x \leq a$ の部分と直線 $x = b$ で囲まれた図形を、 x 軸のまわり

に 1 回転してできる立体の体積 V を a で表せ。

(3) V の値が最大となる a の値と、そのときの V の最大値を求めよ。

3

解答解説のページへ

OA = OB を満たす二等辺三角形 OAB において、頂点 A, B からそれぞれの対辺またはその延長上に引いた 2 つの垂線の交点を G, 辺 AB の中点を H とする。
 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\angle AOB = \theta$ とおく。

- (1) $\overrightarrow{OG} = s\vec{a} + t\vec{b}$ を満たす s, t を θ を用いて表せ。
- (2) 点 G が三角形 OAB の外部または周上にあるときの θ の値の範囲を求めよ。
- (3) $\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{2}{3}\pi$ のとき, $\frac{|\overrightarrow{GH}|}{|\overrightarrow{OH}|}$ の値の範囲を求めよ。

4

解答解説のページへ

k を定数とする。曲線 $y = x^3 - kx$ 上の点 $P(a, a^3 - ka)$ における接線 l が、曲線上の P と異なる点 $Q(b, b^3 - kb)$ を通るものとする。

- (1) b を a で表せ。
- (2) Q における曲線 $y = x^3 - kx$ の接線が l と直交するとき、 k, a の満たす関係式を求めよ。
- (3) (2)で求めた関係式を満たす a が存在するような k の値の範囲を求めよ。

5

解答解説のページへ

n が自然数のとき、次の不等式を証明せよ。ただし、 $a > 0$ とする。

(1) $(a+1)^n > a^n + na^{n-1}$

(2) $(n+1)^n > 2n^n$

(3) $n! > 2\left(\frac{n}{2}\right)^n$

6

解答解説のページへ

1 から n までの自然数を 1 つずつ書いた n 枚のカードがある。よくまぜて 1 枚引いては戻すということを 2 回行い、1 回目に引いたカードに書かれている数と 2 回目に引いたカードに書かれている数の差の絶対値を得点とする試行を考える。

- (1) この試行を 1 回行うときの得点の期待値を n の式で表せ。
- (2) $n = 3$ とする。この試行を 3 回行うとき、得点の合計が 2 である確率を求めよ。