1

解答解説のページへ

行列 $A=\begin{pmatrix} -\dfrac{1}{2} & -x \\ x & -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$ $(x \geqq 0)$ に対して，$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}+A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}+A^2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ が成り立つとする。

(1)　x を求めよ。

(2)　A^3 を求めよ。

(3)　自然数 n に対して，$A^{2n}+A^n+E$ を求めよ。ただし，$E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ である。

2

解答解説のページへ

空間に 4 点 $P_1\left(0,\ \dfrac{\sqrt{5}-1}{2},\ 1\right)$, $P_2\left(0,\ -\dfrac{\sqrt{5}-1}{2},\ 1\right)$, $P_3\left(1,\ 0,\ \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$, $P_4\left(-1,\ 0,\ \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ を定め，線分 P_1P_2 の中点を Q とする。

(1) 内積 $\overrightarrow{P_2P_1}\cdot\overrightarrow{QP_3}$ と $\overrightarrow{P_2P_1}\cdot\overrightarrow{QP_4}$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{QP_3}$ と $\overrightarrow{QP_4}$ のなす角を θ とするとき，$\sin\theta$ の値を求めよ。

(3) 四面体 $P_1P_2P_3P_4$ の体積を求めよ。

3

解答解説のページへ

閉区間$\left[-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right]$上の関数$f(x)$を次の式で定義する。

$$f(x)=\int_x^{x+1}\log\left(\left|t-\frac{1}{2}\right|+\frac{1}{2}\right)dt$$

(1)　$f(x)$の導関数$f'(x)$　$\left(-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}\right)$を求めよ。

(2)　$f(x)$を最小にするxの値aと，そのときの最小値を求めよ。

(3)　(2)で求めたaに対して，$\int_a^{a+1}t\log\left(\left|t-\frac{1}{2}\right|+\frac{1}{2}\right)dt$を求めよ。

4

解答解説のページへ

曲線 C は媒介変数 θ を用いて

$$C : x = \cos^2\theta - \sqrt{3}\sin\theta\cos\theta,\quad y = \sin\theta\cos\theta - \sqrt{3}\sin^2\theta \quad \left(0 \leqq \theta \leqq \frac{5}{12}\pi\right)$$

と表されている。

(1) 曲線 C が

$$C : x = a + b\cos(2\theta + A),\quad y = c + d\sin(2\theta + A) \quad \left(0 \leqq \theta \leqq \frac{5}{12}\pi\right)$$

と表されるような $a, b, c, d, A\,(0 \leqq A < \pi)$ を求めよ。

(2) 曲線 C の長さを求めよ。

5　解答解説のページへ

自然数 n に対して，関数 $f_n(x)=p_ne^{nx}+q_ne^{-nx}$ が $f_n(0)=1$，$f_n{}'(1)=-n$ を満たすとする。

(1)　p_n と q_n を求め，$f_n{}'(x)<0$ を示せ。

(2)　方程式 $f_n(x)=0$ の解 z_n を求めよ。

(3)　数列 $\{z_n\}$ に対して，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}z_n$ を求めよ。

6

解答解説のページへ

AとBの2人がジャンケンをする。Aがグー，チョキ，パーを出す確率をそれぞれ $x,\ y,\ z$ とし，Bがグー，チョキ，パーを出す確率をそれぞれ $p,\ q,\ r$ とする。1回のジャンケンの結果，Aは次の表のような点を得る。

Aの得点表

	Bがグー	Bがチョキ	Bがパー
Aがグー	0	3	−6
Aがチョキ	−3	0	5
Aがパー	6	−5	0

このとき，Aの得点の期待値を E で表す。

(1)　$p=q=r=\dfrac{1}{3}$ のとき，E を最大にする $x,\ y,\ z$ と，そのときの最大値を求めよ。

(2)　「Bが確率 $p,\ q,\ r$ をどのようにとっても $E=0$」となるには，Aは確率 $x,\ y,\ z$ をどのようにとればよいか。