

1

解答解説のページへ

行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  の表す 1 次変換  $f$  によって、点  $P_1(1, 0)$  が点  $P_2(0, 3)$  に移され、点  $P_2$  が点  $P_3$  に、点  $P_3$  が点  $P_1(1, 0)$  にそれぞれ移されるとする。次の問いに答えよ。ただし、 $a, b, c, d$  は実数である。

- (1) 行列  $A$  を求めよ。
- (2) 自然数  $n$  に対して  $A^n$  を求めよ。
- (3)  $O(0, 0)$  とする。点  $P(\cos\theta, \sin\theta)$  が  $f$  によって点  $Q$  に移されるとする。  
 $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、ベクトル  $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OQ}$  の内積  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$  のとり得る値の範囲を求めよ。

2

解答解説のページへ

$p, a$  を実数の定数とする。多項式  $P(x) = x^3 - (2p+a)x^2 + (2ap+1)x - a$  を  $x-3$  で割った余りが  $10-6p$  であり、3 次方程式  $P(x) = 0$  の実数解は  $a$  のみとする。次の問いに答えよ。

- (1) 実数の範囲で  $P(x)$  を因数分解せよ。
- (2)  $a$  の値を求めよ。
- (3) 関数  $y = P(x)$  が極値をもたないときの  $p$  の値を求めよ。

3

解答解説のページへ

$t > 1$  を満たす実数  $t$  に対して、 $S(t) = \int_0^1 |xe^x - tx| dx$  とおくと、次の問いに答え

よ。

- (1)  $0 < x < 1$  の範囲で、方程式  $xe^x = tx$  を満たす  $x$  をすべて求めよ。
- (2)  $S(t)$  を求めよ。
- (3)  $S(t)$  を最小にする  $t$  の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

$n$  は 2 以上の自然数とする。袋の中に 1 から  $n$  までの数字が 1 つずつ書かれた  $n$  個の玉が入っている。この袋から無作為に玉を 1 個取り出し、それに書かれている数を自分の得点としたのち、取り出した玉を袋に戻す。この試行を A, B, C の 3 人が順に行い、3 人の中で最大の得点の人を勝者とする。たとえば、A, B, C の得点がそれぞれ 4, 2, 4 のときは A と C の 2 人が勝者であり、3 人とも同じ得点のときは A, B, C の 3 人とも勝者である。勝者が  $k$  人 ( $k=1, 2, 3$ ) である確率を  $P_n(k)$  とおくと、次の問いに答えよ。

- (1) 勝者が 3 人である確率  $P_n(3)$  を  $n$  を用いて表せ。
- (2)  $n=3$  の場合に勝者が 2 人である確率  $P_3(2)$  を求めよ。
- (3) 勝者が 1 人である確率  $P_n(1)$  を  $n$  を用いて表せ。
- (4)  $P_n(1) = 0.9$  となる最小の  $n$  を求めよ。

5

解答解説のページへ

4 で割ると余りが 1 である自然数全体の集合を  $A$  とする。すなわち、

$$A = \{4k+1 \mid k \text{ は } 0 \text{ 以上の整数}\}$$

とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $x$  および  $y$  が  $A$  に属するならば、その積  $xy$  も  $A$  に属することを証明せよ。
- (2) 0 以上の偶数  $m$  に対して、 $3^m$  は  $A$  に属することを証明せよ。
- (3)  $m, n$  を 0 以上の整数とする。 $m+n$  が偶数ならば  $3^m 7^n$  は  $A$  に属し、 $m+n$  が奇数ならば  $3^m 7^n$  は  $A$  に属さないことを証明せよ。
- (4)  $m, n$  を 0 以上の整数とする。 $3^{2m+1} 7^{2n+1}$  の正の約数のうち  $A$  に属する数全体の和を  $m$  と  $n$  を用いて表せ。