1

解答解説のページへ

複素数平面上で不等式$2|z-2| \leqq |z-5| \leqq |z+1|$を満たす点$z$が描く図形を$D$とする。

(1) Dを図示せよ。

(2) 点zがD上を動くものとする。$\arg z = \theta$とするとき，$\tan\theta$の値のとりうる範囲を求めよ。

(3) Dの面積を求めよ。

2

解答解説のページへ

次の問いに答えよ。

(1)　点$(3,\ 3)$における円$x^2+y^2-4x-2y=0$の接線の方程式を求めよ。

(2)　次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) \geqq \log_{\frac{1}{2}} y,\quad \log_2(x^2+y^2-4x-2y+5) \leqq \log_2 5$$

(3)　a を正の数とする。点$(x,\ y)$が(2)で求めた領域を動くとき，$ax+y$の最大値が4になるようにaの値を定めよ。

3

解答解説のページへ

X, Y はともに実数を成分とする 2 次の正方行列で,

$$2X-Y=E,\quad XY=O$$

を満たしているものとする。ただし, E, O は, それぞれ 2 次の単位行列, 零行列とする。$X=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ とおくとき, 次の問いに答えよ。

(1) X が逆行列をもつとき, X, Y を求めよ。

(2) X が逆行列をもたないとき, $(2a+2d-1)X$ を求めよ。

(3) X は零行列でなく, かつ X が逆行列をもたないとき, a と d を b, c で表せ。ただし, b, c は $bc \leqq \dfrac{1}{16}$ を満たすものとする。

$\boxed{4}$ 解答解説のページへ

A を正の定数，θ は $0 \leqq \theta \leqq \pi$ を満たす実数とし，2 つの曲線

$$y = A\cos x\,,\quad y = \sin(x - \theta)\quad (0 \leqq x \leqq 2\pi)$$

によって囲まれた図形の面積を S とする。また，この 2 つの曲線の交点の x 座標を a，$b\,(a < b)$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\cos b\sin(a - \theta) = \cos a\sin(b - \theta)$ が成り立っているとき，$\cos\theta\sin(b - a) = 0$ を示せ。

(2)　$b - a = \pi$ を示せ。

(3)　S を A，a，θ を用いて表せ。

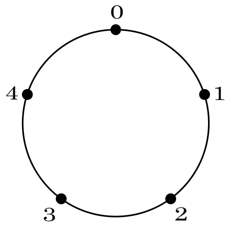
(4)　S^2 を A，θ を用いて表せ。

(5)　S を最大にする θ の値およびそのときの S の値を求めよ。

5

解答解説のページへ

円周を 5 等分して図のように 0 から 4 の目盛りをふる。初めに点 P を目盛り 0 の位置に置く。硬貨を 1 回投げるごとに, 表が出れば, 点 P を右回りに 2 目盛り動かし, 裏が出れば, 点 P を左回りに 1 目盛り動かすという操作をくり返し行う。硬貨を n 回投げた後, 点 P が目盛り i の位置にある確率を $p_n(i)$ と表す。



(1)　$p_2(1)$，$p_3(2)$，$p_3(3)$ を求めよ。

(2)　硬貨を 4 回投げて, 点 P が初めて目盛り 2 の位置で止まる確率を求めよ。

(3)　$p_{n+1}(0)=\dfrac{1}{2}\{p_n(3)+p_n(1)\}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を示せ。

(4)　z を $z^5=1$ を満たす複素数とする。すべての自然数 n に対して,

$\displaystyle\sum_{i=0}^{4}p_n(i)z^i=\frac{(z^2+z^{-1})^n}{2^n}$ が成り立つことを示せ。