1

解答解説のページへ

2 次の正方行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} c & d \\ d & c \end{pmatrix}$ は次の 3 つの条件(i), (ii), (iii)を満たすとする。ただし, $a\neq 0$, $c\neq 0$, $b>d$ で, O は 2 次の零行列である。

(i)　$A^2=A$　　(ii)　$B^2=B$　　(iii)　$AB=O$

(1)　a, b, c, d の値を求めよ。

(2)　実数 p, q がどちらも 0 でないとき, $(pA+qB)(xA+yB)=2E$ となる実数 x, y を p, q を用いて表せ。ただし, E は 2 次の単位行列である。

$\boxed{2}$ 解答解説のページへ

条件$a_1=-30$，$9a_{n+1}=a_n+\dfrac{4}{3^n}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$で定義される数列$\{a_n\}$がある。

(1)　$b_n=3^n a_n$とおくとき，数列$\{b_n\}$の漸化式を求めよ。

(2)　一般項a_nを求めよ。

(3)　a_nを最大にするnの値を求めよ。

3

解答解説のページへ

C_1を曲線$y=e^x$，C_2を曲線$y=x\log x$ $(x>0)$とする。ただし, $\log$は自然対数を表す。また，$x=e$で定義される直線をl_1，l_1とC_2との交点 P を通り x 軸に平行な直線をl_2，l_2とC_1との交点 Q を通りy軸に平行な直線をl_3とする。

(1)　2 点 P, Q の座標を求めよ。

(2)　$x\geqq 1$のとき，$e^x>x\log x$であることを示せ。

(3)　2 直線l_1，l_3と 2 曲線C_1，C_2によって囲まれた図形の面積を求めよ。

4

解答解説のページへ

xy 平面上を移動する点 P を考える。はじめに，点 P は原点にあるとする。4 枚のカードに上，下，左，右の 4 つの文字を 1 つずつ書いて，それらを袋に入れておく。

1 枚のカードを取り出し，カードに書かれた文字の方向に 1 だけ点 P を移動させて，取り出したカードを袋に戻す，という試行をくり返す。上，下，左，右と書かれたカードは，それぞれ同じ確からしさで取り出されるものとする。

(1) 上，上，下，左，右，右，右の 7 文字すべてを 1 列に並べてできる文字列は何通りあるか。

(2) この試行を 7 回くり返したときに，点 P が座標$(2,\ 1)$にある確率を求めよ。

(3) この試行を 5 回くり返したときに，点 P が x 軸上にある確率を求めよ。

(4) この試行を 2 回くり返したときの点 P の座標を$(X,\ Y)$とする。$|X-Y|$の期待値を求めよ。

5

解答解説のページへ

C を曲線 $a^2x^2+y^2=1$, l を直線 $y=ax+2a$ とする。ただし, a は正の定数である。

(1) C と l とが異なる 2 点で交わるための a の範囲を求めよ。

(2) C 上の点 $(x_0,\ y_0)$ における接線の方程式を求めよ。

(3) (1)における交点を P, Q とし, 点 P における C の接線と点 Q における C の接線との交点を $\mathrm{R}(X,\ Y)$ とする。a が(1)の範囲を動くとき, X, Y の関係式と Y の範囲を求めよ。

6

解答解説のページへ

l を複素数平面上の直線 $z=t(1+i)$ (t は実数)，α，β を複素数とする。ただし，点 α は l 上にないとする。

(1) $\alpha=i\beta$ または $\alpha=\overline{\beta}$ ならば，l 上のすべての点 z に対して $\left|\dfrac{\overline{z}-\beta}{z-\alpha}\right|=1$ であることを示せ。

(2) l 上のすべての点 z に対して $\left|\dfrac{\overline{z}-\beta}{z-\alpha}\right|=1$ ならば，$\alpha=i\beta$ または $\alpha=\overline{\beta}$ であることを示せ。

(3) l 上に異なる 2 定点 z_1，z_2 があって，$\dfrac{\overline{z_1}-\beta}{z_1-\alpha}$ と $\dfrac{\overline{z_2}-\beta}{z_2-\alpha}$ が同じ複素数になるとする。この複素数を γ とおくとき，l 上のすべての点 z に対し $\dfrac{\overline{z}-\beta}{z-\alpha}=\gamma$ となることを示せ。また γ の値を求めよ。