1　　解答解説のページへ

複素数平面上に，3 点 $\mathrm{A}(-2i)$，$\mathrm{B}(1-i)$，$\mathrm{C}(-1+3i)$ と，点 $\mathrm{D}(1+i)$ を中心とする半径 1 の円 K がある。点 $\mathrm{P}(z)$ は K の周上にあり，点 $\mathrm{Q}(w)$ は，三角形 APQ と三角形 ABC が同じ向きに相似になる点とする(すなわち，$\mathrm{AP}:\mathrm{AQ}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}$ で, AP から AQ に反時計まわりに測った角が, AB から AC に反時計まわりに測った角に等しい)。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　w を z の式で表せ。

(2)　点 P が円 K の周上を動くとき，点 Q の軌跡を求めよ。

2

解答解説のページへ

2 次の正方行列 A は，次の条件(a), (b), (c)を満たしているとする。ただし, E は 2 次の単位行列である。

(a)　A は逆行列 A^{-1} をもち，$A \neq E$ である。

(b)　A^2 は A，A^{-1}, E のいずれかに等しい。

(c)　$A \neq A^{-1}$

次の問いに答えよ。

(1)　条件(a)を用いて，$A \neq A^2$ を示せ。

(2)　$A^2 = A^{-1}$ を示せ。

(3)　$A = \begin{pmatrix} 0 & p \\ 1 & q \end{pmatrix}$ のとき, p, q の値を定めよ。ただし, p, q は実数とする。

3

解答解説のページへ

1 から 100 までの自然数が 1 つずつ書いてある 100 枚のカードと，1 から 100 までの番号が 1 つずつついている 100 個の箱がある。100 のカードをまず 1 番の箱に入れ，次に 99, 98 のカード 2 枚を 2 番の箱に入れ，さらに, 97, 96, 95 のカード 3 枚を 3 番の箱に入れる。以下，この操作を続けて，k 番目の箱に k 枚のカードを数の大きい方から順に入れていく。ただし，1 のカードを入れた段階でこの操作は終了するものとする。したがって，1 のカードの入っている箱には箱の番号と同じ枚数のカードが入っていない可能性がある。1 のカードが入っている箱の番号を N とするとき，次の問いに答えよ。

(1) N の値を求めよ。また, N 番の箱には何枚のカードが入っているか。

(2) k 番$(1 \leqq k \leqq N)$の箱において，その箱の中のカードに書かれている最大の数を k の式で表せ。

(3) k 番$(1 \leqq k \leqq N)$の箱の中のカードに書かれている数の合計を S_k とする。$1 \leqq k \leqq N-1$ のとき，S_k を k の式で表せ。また，$1 \leqq k \leqq N$ のとき，S_k の最大値を求めよ。

4

解答解説のページへ

関数 $f(x)=(x+2)e^{\frac{1}{x}}\ (x\neq 0)$ について，次の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底である。

(1)　$y=f(x)\ (x\neq 0)$ の増減，極値，グラフの凹凸および変曲点を調べ，曲線 $y=f(x)$ の概形をかけ。

(2)　右側からの極限値 $\displaystyle\lim_{x\to+0}\frac{3-f(x)}{1+2f(x)}$ を求めよ。

(3)　極限値 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{3-f(x)}{1+2f(x)}$ は存在するか。存在するならばその値を求め，存在しないならばその理由をいえ。

$\boxed{5}$ 解答解説のページへ

次の問いに答えよ。

(1) 不定積分$\displaystyle\int\frac{1}{\cos\theta}d\theta$を求めよ。

(2) 媒介変数θを用いて，

$$x(\theta)=\int_0^\theta(1+\tan u)du\,,\ \ y(\theta)=\int_0^\theta(1-\tan u)du\ \ \left(0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{3}\right)$$

で表される曲線の長さを求めよ。

6

解答解説のページへ

1 つのさいころを n 回投げる試行において，出た目がすべて奇数で，かつ 1 の目がちょうど k 回$(0 \leqq k \leqq n)$出る確率を p_k とする。次の問いに答えよ。

(1)　$n=3$ のとき，p_1 を求めよ。

(2)　$p_k\ (0 \leqq k \leqq n)$ を n と k の式で表せ。また，出た目がすべて奇数で，かつ 1 の目が少なくとも 1 回出る確率 q を求めよ。

(3)　$n=3m+2$ (m は自然数)とする。$0 \leqq k \leqq n-1$ のとき，$\dfrac{p_{k+1}}{p_k} \leqq 1$ となる k の範囲を求めよ。さらに，$0 \leqq k \leqq n$ のとき，p_k が最大となる k を求めよ。