

1

解答解説のページへ

複素数平面上に三角形 ABC があり、その頂点 A, B, C を表す複素数をそれぞれ z_1 , z_2 , z_3 とする。複素数 w に対して、 $z_1 = wz_3$, $z_2 = wz_1$, $z_3 = wz_2$ が成り立つとき、次の各問いに答えよ。

- (1) $1 + w + w^2$ の値を求めよ。
- (2) 三角形 ABC はどんな形の三角形か。
- (3) $z = z_1 + 2z_2 + 3z_3$ の表す点を D とすると、三角形 OBD はどんな形の三角形か。
ただし、O は原点である。

2

解答解説のページへ

$a_1 = 1$, $a_n \neq 0$, $a_n = 3(\sqrt{S_n} - \sqrt{S_{n-1}})$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) で与えられる数列 $\{a_n\}$ がある。ただし, S_n は $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和である。

- (1) a_2 を求めよ。
- (2) $\sqrt{S_n}$ を求めよ。
- (3) a_n を求めよ。

3

解答解説のページへ

(1) $R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ とするとき, $R(\theta)R(\theta') = R(\theta + \theta')$ を証明せよ。

(2) 2 つの行列 $A = \begin{pmatrix} a_1 & -a_2 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_1 & -b_2 \\ b_2 & b_1 \end{pmatrix}$ を考える。ただし, (a_1, a_2) と (b_1, b_2) はともに円 $x^2 + y^2 = 1$ 上にあり, a_1, a_2, b_1, b_2 はすべて 0 以上の数とする。次の 2 つの等式 $A^3 = B^2$, $AB = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ が成り立つとき, A, B を求めよ。

4

解答解説のページへ

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$ に対し, $f_n(x) = \frac{\sin nx}{\sin x} \left(0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$, $f_n(0) = n$ で与えられる関数の列 $\{f_n(x)\}$ と $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x) dx$ からなる数列 $\{I_n\}$ とがある。

- (1) $f_n(x)$ は $x = 0$ で連続であることを示せ。
- (2) $I_{n+1} - I_{n-1}$ を n の式で表せ。
- (3) $S_m = \sum_{k=1}^m \frac{(-1)^k}{2k-1}$ とするとき, I_n を S_m を用いて表せ。

5

解答解説のページへ

四面体 $OABC$ において $OA = 3$, $OB = 4$, $OC = 6$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 60^\circ$ とする。 OA を $t:1-t$ の比に内分する点を D , $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{DC} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) $\angle BDC = \theta$ としたとき $\cos \theta$ を t の式で表せ。
- (3) 三角形 BDC の面積の最小値を求めよ。