1

解答解説のページへ

与えられた実数 a, b のうち，大きくない方を $\min\{a,\ b\}$ で表すことにする。関数 $f(x)=x^3-7x$ に対して $g(x)=\min\{f(x+1),\ f(x-1)\}$ とおく。

(1)　$0\leqq x\leqq 3$ のとき，$y=g(x)$ が最大となる x の値，および最小となる x の値をそれぞれ求めよ。

(2)　2 つのグラフ $y=f(x)$ と $y=g(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

2

解答解説のページへ

座標平面において, 2 点 P, Q をそれぞれ直線 $x=-1$, $x=2$ 上の点とし, 直線 PQ が円 $x^2+y^2=1$ に接するように動くものとする。このとき, 2 点 P, Q の y 座標がともに整数であるような P, Q の組をすべて求めよ。

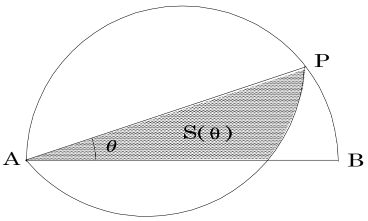
3

解答解説のページへ

AB を直径とする半径 1 の半円がある。P を半円周上の動点とし，$\angle\mathrm{PAB}=\theta$ とおくとき，P は $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ をみたす範囲を動く。直径 AB と弦 AP と弧 PB で囲まれた部分の面積を $T(\theta)$ で表す。

(1) $T(\theta)$ を求めよ。

(2) P が半円周上を $0<\theta<\frac{\pi}{4}$ の範囲で動くとき，右図のように，線分 AP を折り目にしてこの半円を折り重ね，重なった部分の面積を $S(\theta)$ とおく。このとき，$S(\theta)$ を $T(\theta)$ と $T(2\theta)$ を用いて表せ。



(3) (2)の $S(\theta)$ の最大値を与える θ の値を α とするとき，$\cos 2\alpha$ の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

平面上の三角形 OAB は，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とおくとき，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}$ をみたすとする。辺 AB を 1 : 2 に内分する点を P とし，直線 OP に関して A と対称な点を Q, OQ の延長と AB の交点を R とおく。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(3)　△PQR の面積を求めよ。

5

解答解説のページへ

複素数 z に対して複素数 w を $w=\dfrac{2iz}{z-\alpha}$ で定める。ただし，α は 0 でない複素数の定数とする。

(1)　点 z が α 以外のすべての複素数を動くとき，点 w のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　点 z がある円周 C 上を動くとき，点 w は原点 O を中心とする半径 1 の円周を描くものとする。このとき，円周 C の中心と半径を α を用いて表せ。また円周 C の中心が i のとき，α の値を求めよ。

(3)　α は(2)で求めた値とする。点 z が実軸上を動くとき，点 w の描く図形を求めよ。