

1

解答解説のページへ

以下の問いに答えよ。

- (1) x を有理数とする。 $7x^2$ が整数ならば、 x は整数であることを示せ。
- (2) a, b を整数とする。 $a^2 - 7b^2$ が 4 の倍数ならば、 a と b はともに偶数であることを示せ。
- (3) r は整数、 s は有理数とする。 $\left(\frac{r}{2}\right)^2 - 7s^2$ が整数ならば、 s は整数であることを示せ。

2

解答解説のページへ

平面上の $\triangle ABC$ において、辺 AB を $4:3$ に内分する点を D 、辺 BC を $1:2$ に内分する点を E とし、線分 AE と CD の交点を O とする。

- (1) $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{q}$ とするとき、ベクトル \overrightarrow{AO} を \vec{p} 、 \vec{q} で表せ。
- (2) 点 O が $\triangle ABC$ の外接円の中心になるとき、3 辺 AB 、 BC 、 CA の長さの 2 乗の比を求めよ。

3

解答解説のページへ

1 から n までの番号が書かれた n 枚のカードがある。この n 枚のカードの中から 1 枚を取り出し、その番号を記録してからもとに戻す。この操作を 3 回繰り返す。記録した 3 個の番号が 3 つとも異なる場合には大きい方から 2 番目の値を X とする。2 つが一致し、1 つがこれと異なる場合には、2 つの同じ値を X とし、3 つとも同じならその値を X とする。

- (1) 確率 $P(X = k)$ ($k=1, 2, \dots, n$) を求めよ。
- (2) 確率 $P(X = k)$ ($k=1, 2, \dots, n$) を求めよ。
- (3) $P(X = k)$ が最大となる k の値はいくつか。

4

解答解説のページへ

関数 $y = \log|x|$ のグラフ G 上に動点 A, B があり, それぞれの x 座標を a, b とする。
 A における接線と B における接線が直交し, $a > 0$ であるとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) ab を求めよ。
- (2) 線分 AB の中点の存在範囲を求めよ。
- (3) 直線 AB が点 $(1, 0)$ を通り, $a \neq 1$ を満たすとき, 直線 AB と G で囲まれる図形の面積を求めよ。

5

解答解説のページへ

行列 $A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ について以下の問いに答えよ。

- (1) $A^m = E$ となる最小の自然数 m と, $B^n = E$ となる最小の自然数 n を求めよ。
- (2) m は(1)で求めた値とし, k は $1 < k < m$ を満たす自然数とする。単位円周上の点 P に対し, 行列 B , A^2 , A^k で表される移動による P の行き先を, それぞれ Q , R , S とする。 QRS が正三角形となるような k, P の組をすべて求めよ。