

1

解答解説のページへ

1 から 10 までの整数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。この中からカードを 3 枚同時に取り出す。取り出された 3 枚のカードに書かれた 3 つの整数のうち、最大のものを除いた残りの 2 つの整数の和を  $X$  とする。

- (1)  $X = 3$  である確率を求めよ。
- (2)  $X$  の期待値を求めよ。

2

解答解説のページへ

関数  $f(x)$  を次のように定義する。

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ 1 & (x > 1) \end{cases}$$

また、 $g(x) = -x^2 + ax + b$  とする。 $y = g(x)$  のグラフが  $y = f(x)$  のグラフと 2 点で接するとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $a, b$  の値を求めよ。
- (2)  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフで囲まれる部分の面積を求めよ。

3

解答解説のページへ

OAB において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおき、 $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ 、 $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ とする。  
 辺 AB 上に点  $P_1$  をとる。ただし  $P_1$  は A, B とは異なるとする。 $P_1$  から辺 OB に垂線  $P_1Q_1$  を下ろす。次に、 $Q_1$  から辺 OA に垂線  $Q_1R_1$  を下ろす。さらに、 $R_1$  から辺 AB に垂線  $R_1P_2$  を下ろす。以下、同様の操作を続けて、点  $P_n, Q_n, R_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を定める。 $\overrightarrow{AP_n} = t_n(\vec{b} - \vec{a})$  により  $t_n$  ( $0 < t_n < 1$ ) を定める。

- (1)  $\overrightarrow{BQ_1}$  を  $t_1$  と  $\vec{b}$  を用いて表せ。
- (2)  $t_2$  を  $t_1$  を用いて表せ。
- (3)  $t_n$  を  $t_1$  と  $n$  を用いて表せ。
- (4)  $P_1 = P_2$  となるような  $t_1$  の値を求めよ。
- (5)  $P_1 = P_2$  のとき、 $P_1Q_1R_1$  の面積を求めよ。

4

解答解説のページへ

$a \neq 0, b \neq 0$  とする。  $f(x) = a \cos^2 x + b \cos x + c$  について、  $y = f(x)$  のグラフが  $x$  軸と原点で接しているとする。

(1)  $y = f(x)$  のグラフが  $x$  軸と接する点の  $x$  座標をすべて求めよ。

(2) さらに  $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 0$  が成り立っているとき、  $f(x) = 0$  ( $0 \leq x < 2\pi$ ) を満たす  $x$  の値をすべて求めよ。

5

解答解説のページへ

$a, t$  を実数とすると、座標平面において、 $x^2 + y^2 - 4 - t(2x + 2y - a) = 0$  で定義される図形  $C$  を考える。

- (1) すべての  $t$  に対して  $C$  が円であるような  $a$  の範囲を求めよ。ただし、点は円とみなさないものとする。
- (2)  $a = 4$  とする。  $t$  が  $t > 0$  の範囲を動くとき、 $C$  が通過してできる領域を求め、図示せよ。
- (3)  $a = 6$  とする。  $t$  が  $t > 0$  であって、かつ  $C$  が円であるような範囲を動くとき、 $C$  が通過してできる領域を求め、図示せよ。