

1

解答解説のページへ

(1) 次の不等式で表される領域を図示せよ。

$$\log_{10}(-y^2 - 2xy + y + x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 1) \geq \log_{10}(-2x^2 + 2x + 1)$$

(2) x, y が(1)の不等式を満たすとき, $x + y$ の最大値と最小値を求めよ。

2

解答解説のページへ

関数 $f(x) = 3 \cos 2x + 7 \cos x$ について, $\int_0^{\pi} |f(x)| dx$ を求めよ。

3

解答解説のページへ

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ -1 & -a-1 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{とする。}$$

- (1) $A^3 = E$ となるための必要十分条件を, a, b を用いて表せ。
(2) (1)の条件が成立するとき, すべての自然数 $k (k=1, 2, \dots)$ に対して

$$A^{2^k} + A^{2^{k-1}} + E = O$$

であることを示せ。

4

解答解説のページへ

以下において $\log x$ は自然対数を表す。

- (1) $a > \frac{1}{e}$ のとき, $x > 0$ に対し $x^a > \log x$ であることを示せ。
- (2) $a > \frac{1}{e}$ のとき, $\lim_{x \rightarrow +0} x^a \log x = 0$ が成り立つことを示せ。
- (3) $0 < t < \frac{1}{e}$ として, 曲線 $y = x \log x$ ($t < x < 1$) および x 軸と直線 $x = t$ で囲まれた部分を, y 軸のまわりに回転して得られる図形の体積を $V(t)$ とする。このとき, $\lim_{t \rightarrow +0} V(t)$ を求めよ。

5

解答解説のページへ

- α は絶対値 1 の複素数とし、複素数 z に対して、 $w = \frac{\overline{\alpha z - 2}}{2z - \alpha}$ とおく。ただし $\overline{\alpha}$ は α の共役複素数を表す。
- (1) 複素数平面上で、 z が原点と点 α を通る直線上 (ただし、点 $\frac{\alpha}{2}$ を除く) を動くとき、 w の表す点は原点と点 $\overline{\alpha}$ を通る直線上にあることを示せ。
- (2) 複素数平面上で、 z が不等式 $|z| > 1$ を満たすとき、複素数 w を表す点はどのような図形上を動くか。