

1

解答解説のページへ

3 次関数  $f(x)$  および 2 次関数  $g(x)$  を,  $f(x) = x^3$ ,  $g(x) = ax^2 + bx + c$  とし,  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  のグラフが点  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{8})$  で共通の接線をもつとする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1)  $b, c$  を  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $f(x) - g(x)$  の  $0 \leq x \leq 1$  における最小値を  $a$  を用いて表せ。

2

解答解説のページへ

$0 < t < 1$  とする。2 次方程式  $x^2 - 2tx + 1 = 0$  の解の 1 つを  $\alpha$  とする。複素数平面上の 4 点を  $O(0)$ ,  $A(-1)$ ,  $B(1)$ ,  $P(\alpha)$  とし,  $AB$  を直径とする円を  $C$  とする。点  $A$  を通り  $OP$  に平行な直線が円  $C$  と交わる  $A$  以外の点を  $Q$  とする。

(1)  $|\alpha|$  を求めよ。

(2) 四角形  $ABPQ$  の面積が最大となる  $t$  の値とそのときの面積を求めよ。

3

解答解説のページへ

$xy$  平面上の動点  $A$  は原点  $O(0, 0)$  を出発し,  $x$  軸上を点  $(2, 0)$  まで動くとする。  
また動点  $B$  は点  $(0, 1)$  を出発し,  $AB = OB = 1$  なる条件を満たしながら第 1 象限を  
点  $(1, 0)$  まで動くとする。点  $P$  は線分  $AB$  上の点で  $2BP = OA$  を満たす。

- (1)  $\angle AOB = \theta$  とするとき, 点  $P$  の座標を  $\theta$  で表せ。ただし点  $A$  が点  $O$  と一致する  
ときを除く。
- (2) 点  $P$  の軌跡と  $x$  軸,  $y$  軸で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。

4

解答解説のページへ

$n$  を自然数とする。 $n$  次多項式  $P_n(x)$  は、 $n+1$  個の整数  $k = 0, 1, 2, \dots, n$  に対して、 $P_n(k) = 2^k - 1$  を満たす。

- (1)  $P_2(x) - P_1(x)$  および  $P_3(x) - P_2(x)$  を因数分解せよ。
- (2)  $P_n(x)$  を求めよ。

5

解答解説のページへ

$xyz$  空間内に点  $A(1, 1, 2)$  と点  $B(-5, 4, 0)$  がある。点  $C$  が  $y$  軸上を動くとき、三角形  $ABC$  の面積の最小値を求めよ。