

1

解答解説のページへ

a, b を整数とする。3 次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2bx$ が、 $0 < x < 2$ の範囲で極大値と極小値をもつとき、 a, b の値を求めよ。

2

解答解説のページへ

2次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ (a, b, c, d は実数) に対して, 実数 $f(A)$ を $f(A) = a + d$ で

定義する。これについて性質

$$f(A \pm B) = f(A) \pm f(B) \quad (\text{複号同順})$$

は証明なしで使ってよい。

- (1) 2次正方行列 A, B に対して, $f(AB) = f(BA)$ を証明せよ。
- (2) 2次正方行列 P, Q が $P = PQ - QP$ を満たしているとする。このとき $f(P) = 0$ を証明せよ。
- (3) (2)の P に対して, $f(P^2) = 0$ を証明せよ。
- (4) (2)の P に対して, $P^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ を証明せよ。

3

解答解説のページへ

C は、2 次関数 $y = x^2$ のグラフを平行移動した放物線で、頂点が円 $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ 上にある。原点から C に引いた接線で傾きが正のものを l とおく。このとき、 C と l の接点の x 座標が最大および最小になるときの C の頂点の座標をそれぞれ求めよ。

4

解答解説のページへ

a, b を実数, e を自然対数の底とする。すべての実数 x に対して $e^x \geq ax + b$ が成立するとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) a, b の満たすべき条件を求めよ。
- (2) 次の定積分 $\int_0^1 (e^x - ax - b) dx$ の最小値と, そのときの a, b の値を求めよ。

5

解答解説のページへ

i を虚数単位とし、複素数 z に共役な複素数を \bar{z} で表す。

- (1) a を実数の定数とする。条件 $1 - \bar{z} = (a + i)(z - \bar{z})$ を満たす複素数平面上の点 z の全体が直線であるとき、 a の値を求めよ。
- (2) 実軸上にない複素数 α に対して、3 点 $0, 1, \alpha$ を通る複素数平面上の円の中心を β とする。このとき、 β を α と $\bar{\alpha}$ を用いて表せ。
- (3) α, β を(2)の複素数とする。点 α が(1)の直線上を動くとき、 $\frac{\beta}{\alpha}$ は一定であることを証明せよ。