

1

解答解説のページへ

数列 $\{a_n\}$ は次の(i), (ii)を満たすとする。

$$(i) \quad a_1 = \frac{1}{2}$$

$$(ii) \quad n \geq 2 \text{ について, } a_n = \frac{2S_{n-1}^2}{2S_{n-1} - 1}$$

ただし, $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ である。

- (1) a_2 を求めよ。
- (2) $n \geq 2$ に対して, S_n を S_{n-1} で表せ。
- (3) S_n を求めよ。
- (4) $n \geq 2$ に対して, a_n を求めよ。

2

解答解説のページへ

座標空間内の 6 点 $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, 1)$, $C\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$, $D(0, 0, 0)$, $E(1, 0, 0)$, $F\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$ がある。動点 P は A を出発し、 B, C, A の順に ABC の周を一定の速さで一周する。 P と同時に動点 Q は E を出発し、 F, D, E の順に DEF の周を P と同じ速さで一周する。線分 PQ が動いて作られる図形と ABC, DEF によって囲まれる立体を K とする。

- (1) $AP = t$ ($0 < t < 1$) のとき、点 Q の座標を t で表せ。
- (2) (1) の P, Q に対して、線分 PQ と平面 $z = a$ ($0 < a < 1$) との交点 $R(t)$ の座標を求めよ。
- (3) 平面 $z = a$ ($0 < a < 1$) による K の切り口の面積 $S(a)$ を求めよ。
- (4) K の体積 V を求めよ。

3

解答解説のページへ

長さ 1 の棒 PQ が座標平面上にある。 P は $A(1, 0)$ から出発し、 x 軸上を原点 O まで動き、 Q は O を出発し、 $B(0, 1)$ まで y 軸上を動く。この棒の上に動点 R があり、つねに $PR = AP$ であるとする。

- (1) $\angle OQP = \theta$ としたとき、 R の座標を θ で表せ。
- (2) R が動いてできる曲線と x 軸、 y 軸によって囲まれる図形の面積を求めよ。

4

解答解説のページへ

行列 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$ を X とし, $\begin{pmatrix} 2.1 & 1 \\ -4 & -1.9 \end{pmatrix}$ の逆行列を A とする。

- (1) X^2 を計算せよ。
- (2) A を $pE + qX$ の形で表せ。ただし, E は単位行列とし, p, q は実数とする。
- (3) A^n の 4 つの成分のうちの最大のものが 10^{10} を超える最小の自然数 n を求めよ。

5

解答解説のページへ

s, t は $0 < s < 1, 0 < t < 1$ を満たす実数とし, $\alpha = si, \beta = t$ とおく。ここで, i は虚数単位である。複素数 γ は実部と虚部が正であるものとし, 複素数平面上で, α, β, γ は正三角形をなすとする。

- (1) $\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$ を求めよ。
- (2) s, t が上記の範囲を動くとき, γ が描く図形を図示せよ。