

第 1 問 (必答問題)

解答解説のページへ

[1] 関数 $y = 2 \cos 3x$ の周期のうち正で最小のものは ° である。

$0^\circ \leq x < 360^\circ$ のとき、関数 $y = 2 \cos 3x$ において、 $y = 2$ となる x は 個、
 $y = -2$ となる x は 個ある。

また、 $y = \sin x$ と $y = 2 \cos 3x$ のグラフより、方程式 $\sin x = 2 \cos 3x$ は
 $0^\circ \leq x < 360^\circ$ のとき 個の解をもつことがわかる。

[2] 実数 x に対して、 $y = 5 \cdot 3^x + 2 \cdot 3^{-x}$ 、 $z = 5 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^{-x}$ とおくと

$$y^2 - z^2 = \text{キク}$$

である。

$z = 0$ となるのは

$$3^x = \sqrt{\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}}$$

のときであり、 y は

$$x = \frac{\text{サ}}{\text{シ}} (\log_3 \text{ス} - \log_3 \text{セ})$$

のとき最小値 $\sqrt{\text{タチ}}$ をとる。

第 2 問 (必答問題)

解答解説のページへ

放物線 $y = -x^2 + 2x$ を C_1 とし, C_1 上に点 $P(a, -a^2 + 2a)$ をとる。ただし, a は $0 < a < 2$ を満たす定数とする。

(1) P における C_1 の接線 l_1 の方程式は,

$$y = \boxed{\text{ア}} (\boxed{\text{イ}} - \boxed{\text{ウ}}) x + a^{\boxed{\text{エ}}}$$

である。原点 O における C_1 の接線を l_2 とすると, l_1 と l_2 との交点 Q の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \boxed{\text{キ}} \right) \text{ である。}$$

(2) 直線 $x = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$, l_2 および C_1 で囲まれた図形の面積 S_1 は

$$S_1 = \frac{a^{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

(3) 放物線 $y = px^2 + qx + r$ を C_2 とする。 C_2 が 3 点 O, P, Q を通るとき,

$$p = \boxed{\text{サシ}}, \quad q = a + \boxed{\text{ス}}, \quad r = \boxed{\text{セ}} \text{ となる。}$$

このとき C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積 S_2 は

$$S_2 = \frac{a^{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。したがって

$$S_2 = \boxed{\text{チ}} S_1$$

が成り立つ。

第 3 問 (選択問題)

解答解説のページへ

a を正の実数とする。三角形 ABC の内部の点 P が $5\overrightarrow{PA} + a\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たしているとする。このとき

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{a + \boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{a + \boxed{\text{エ}}} \overrightarrow{AC}$$

が成り立つ。

直線 AP と辺 BC との交点 D が辺 BC を $1 : 8$ に内分するならば、 $a = \boxed{\text{オ}}$ とな

り、 $\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}} \overrightarrow{AD}$ となる。このとき、点 P は線分 AD を $\boxed{\text{ケ}} : \boxed{\text{コ}}$ に内

分する。

さらに、 $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{2}$ 、 $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{10}$ 、 $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{6}$ ならば

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \boxed{\text{サ}}$$

である。したがって

$$|\overrightarrow{AP}|^2 = \frac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$$

となる。

第 4 問 (選択問題)

解答解説のページへ

実数係数の方程式

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \dots\dots$$

が $x = 2$ を解にもつとする。このとき

$$c = - \boxed{\text{ア}} a - \boxed{\text{イ}} b - \boxed{\text{ウ}}$$

であり

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x - 2) \left\{ x^2 + (a + \boxed{\text{エ}})x + \boxed{\text{オ}} a + b + \boxed{\text{カ}} \right\}$$

となる。

の解を $2, \alpha, \beta$ とし、複素数平面において 3 点 $2, \alpha, \beta$ が正方形の異なる三つの頂点になっているとする。さらに、この正方形の一辺の長さが $5\sqrt{2}$ で、 α, β の実部が負であるならば、 α, β は $\boxed{\text{キク}} \pm \boxed{\text{ケ}} i$ である。このとき

$$a = \boxed{\text{コ}}, b = \boxed{\text{サシ}}, c = \boxed{\text{スセソ}}$$

となる。

第 5 問 (選択問題)

解答解説のページへ

座標平面上に 9 個の点

$P_1(0, 2) \quad P_2(1, 2) \quad P_3(2, 2)$

$P_4(0, 1) \quad P_5(1, 1) \quad P_6(2, 1)$

$P_7(0, 0) \quad P_8(1, 0) \quad P_9(2, 0)$

をとる。袋の中に P_1, P_2, \dots, P_9 と書かれた 9 個の玉が入っている。この袋から 2 個の玉を取り出すとき、取り出した 2 個の玉に書かれている 2 点に対し、その距離の 2 乗を X とする。

(1) $X = 1$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $X = 5$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(3) $X = 8$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(4) 確率変数 X は $\boxed{\text{ク}}$ 通りの値をとり、その平均 (期待値) は $\boxed{\text{ケ}}$ であり、分散は $\boxed{\text{コ}}$ である。

第 6 問 (選択問題)

解答解説のページへ

整数 15 は次のように連続した二つ以上の正の整数の和として表すことができる。

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 4 + 5 + 6 = 7 + 8$$

1 より大きい整数 n について、これを連続した二つ以上の正の整数の和で表すことができるかどうかを調べるプログラムを次のように作った。

```

110 INPUT "n="; N
120 FOR J=1 TO N - 1
130   W=0
140   FOR K=J TO N
150     PRINT K;
160     W=W + K
170     IF W > N THEN PRINT "No" : GOTO 200
180     IF W = N THEN PRINT "Yes" : GOTO 200
190   NEXT K
200 NEXT J
210 END

```

(1) このプログラムを実行し、 $n=?$ に対して 10 を入力すると、新たに表示される最初の 2 行は

ア	イ	ウ	エ	Yes
オ	カ	キ	ク	No

となる。

(2) $n=?$ に対して 21 を入力すると、Yes が 回、No が 回表示される。

(3) 2 から 9 までの数を n として、このプログラムを実行する。このとき、Yes が 1 回も表示されない n を小さい順に書くと , , である。