第１問

解答解説のページへ

[1]　方程式 $2(x-2)^2=|3x-5|$ ……①を考える。

(1)　方程式①の解のうち，$x<\dfrac{5}{3}$ を満たす解は，$x=\boxed{\text{ア}}$，$\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2)　方程式①の解は全部で $\boxed{\text{エ}}$ 個ある。その解のうちで最大のものを α とすると，$m\leqq\alpha<m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{オ}}$ である。

[2]　集合 A, B を

$A=\{\,n\,|\,n$ は 10 で割り切れる自然数 $\}$

$B=\{\,n\,|\,n$ は 4 で割り切れる自然数 $\}$

とする。

(1)　次の $\boxed{\text{カ}}$ と $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから 1 つずつ選べ。

自然数 n が A に属することは, n が 2 で割り切れるための $\boxed{\text{カ}}$。

自然数 n が B に属することは, n が 20 で割り切れるための $\boxed{\text{キ}}$。

⓪　必要十分条件である

①　必要条件であるが，十分条件ではない

②　十分条件であるが，必要条件ではない

③　必要条件でも十分条件でもない

(2)　次の $\boxed{\text{ク}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから 1 つずつ選べ。

$C=\{\,n\,|\,n$ は 10 と 4 のいずれでも割り切れる自然数 $\}$

$D=\{\,n\,|\,n$ は 10 でも 4 でも割り切れない自然数 $\}$

$E=\{\,n\,|\,n$ は 20 で割り切れない自然数 $\}$

とする。自然数全体の集合を全体集合とし，その部分集合 G の補集合を $\overline{G}$ で表すとき，$C=\boxed{\text{ク}}$，$D=\boxed{\text{ケ}}$，$E=\boxed{\text{コ}}$ である。

⓪　$A\cup B$　　①　$A\cup\overline{B}$　　②　$\overline{A}\cup B$　　③　$\overline{A\cup B}$

④　$A\cap B$　　⑤　$A\cap\overline{B}$　　⑥　$\overline{A}\cap B$　　⑦　$\overline{A\cap B}$

第２問

解答解説のページへ

a を定数とし，x の 2 次関数 $y=x^2-2(a-1)x+2a^2-8a+4$ ……①のグラフを G とする。

(1) グラフ G が表す放物線の頂点の座標は，$\left(a-\boxed{\text{ア}},\ a^2-\boxed{\text{イ}}a+\boxed{\text{ウ}}\right)$ である。グラフ G が x 軸と異なる 2 点で交わるのは

$$\boxed{\text{エ}}-\sqrt{\boxed{\text{オ}}}<a<\boxed{\text{エ}}+\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

のときである。さらに，この 2 つの交点がともに x 軸の負の部分にあるのは

$$\boxed{\text{カ}}-\sqrt{\boxed{\text{キ}}}<a<\boxed{\text{ク}}-\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

のときである。

(2) グラフ G が表す放物線の頂点の x 座標が 3 以上 7 以下の範囲にあるとする。

このとき，a の値の範囲は，$\boxed{\text{コ}}\leqq a\leqq\boxed{\text{サ}}$ であり，2 次関数①の $3\leqq x\leqq 7$ における最大値 M は

$\boxed{\text{コ}}\leqq a\leqq\boxed{\text{シ}}$ のとき，$M=\boxed{\text{ス}}a^2-\boxed{\text{セソ}}a+\boxed{\text{タチ}}$

$\boxed{\text{シ}}\leqq a\leqq\boxed{\text{サ}}$ のとき，$M=\boxed{\text{ツ}}a^2-\boxed{\text{テト}}a+\boxed{\text{ナニ}}$

である。

したがって，2 次関数①の $3\leqq x\leqq 7$ における最小値が 6 であるならば

$$a=\boxed{\text{ヌ}}+\boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$$

であり，最大値 M は，$M=\boxed{\text{ハヒ}}-\boxed{\text{フ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

第3問

解答解説のページへ

△ABC において，$AB=2$，$BC=\sqrt{5}+1$，$CA=2\sqrt{2}$ とする。また，△ABC の外接円の中心を O とする。

(1) このとき，$\angle ABC=\boxed{アイ}^\circ$ であり，外接円 O の半径は，$\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\sqrt{\boxed{オ}}$ である。

(2) 円 O の円周上に点 D を，直線 AC に関して点 B と反対側の弧の上にとる。△ABD の面積を S_1，△BCD の面積を S_2 とするとき

$$\frac{S_1}{S_2}=\sqrt{5}-1 \cdots\cdots\cdots ①$$

であるとする。$\angle BAD+\angle BCD=\boxed{カキク}^\circ$ であるから，$CD=\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}AD$ となる。

このとき，$CD=\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}\sqrt{\boxed{スセ}}$ である。

さらに，2 辺 AD，BC の延長の交点を E とし，△ABE の面積を S_3，△CDE の面積を S_4 とする。このとき

$$\frac{S_3}{S_4}=\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}} \cdots\cdots\cdots ②$$

である。①と②より

$$\frac{S_2}{S_4}=\frac{\sqrt{\boxed{チ}}}{\boxed{ツ}}$$

となる。

第4問

解答解説のページへ

1 辺の長さ 1 の正六角形があり，その頂点の 1 つを A とする。1 つのさいころを 3 回投げ，点 P を次の(a)，(b)，(c)にしたがって，この正六角形の辺上を反時計回りに進める。

(a)　頂点 A から出発して，1 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。

(b)　1 回目で点 P がとまった位置から出発して，2 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。

(c)　2 回目で点 P がとまった位置から出発して，3 回目に出た目の数の長さだけ点 P を進める。

(1)　3 回進めたとき，点 P が正六角形の辺上を 1 周して，ちょうど頂点 A に到達する目の出方は $\boxed{\text{アイ}}$ 通りである。

3 回進める間に，点 P が 1 回も頂点 A にとまらない目の出方は $\boxed{\text{ウエオ}}$ 通りである。

(2)　3 回進める間に，点 P が 3 回とも頂点 A にとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ であり，ちょうど 2 回だけ頂点 A にとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

3 回進める間に，点 P がちょうど 1 回だけ頂点 A にとまる確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

(3)　3 回進める間に，点 P が頂点 A にとまる回数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ 回である。