第１問（必答問題）

解答解説のページへ

[1] a を定数とし，x の 2 次関数 $y = x^2 - 2(a+2)x + a^2 - a + 1$ のグラフを G とする。

(1) グラフ G と y 軸との交点の y 座標を Y とする。Y の値が最小になるのは，

$a = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ のときで，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。このときグラフ G は x 軸と

異なる 2 点で交わり，その交点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\text{オ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(2) グラフ G が y 軸に関して対称になるのは $a = -\boxed{\text{ケ}}$ のときで，このときのグラフを G_1 とする。グラフ G が x 軸に接するのは $a = -\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ のときで，このときのグラフを G_2 とする。グラフ G_1 を x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$， y 軸方向に

$\boxed{\text{セソ}}$ だけ平行移動するとグラフ G_2 に重なる。

[2] 大小 2 個のさいころを投げ，出た目の数をそれぞれ a, b とし，2 次関数 $y = x^2 - \dfrac{b-2}{a}$ のグラフを C とする。

(1) グラフ C と x 軸との共有点の個数が 0 個である確率(すなわちグラフ C が x 軸と共有点をもたない確率)は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であり，共有点の個数が 1 個である確率は

$\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$，共有点の個数が 2 個である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(2) グラフ C と x 軸との共有点の個数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(3) グラフ C と x 軸との共有点をもち，かつ共有点の x 座標がすべて整数となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

第２問（必答問題）

解答解説のページへ

[1] a, b を実数とし, x の整式

$$A=x^4+(a^2-a-1)x^2+(-a^2+b)x+b^3,\quad B=x^2-x-a$$

を考える。A を B で割った商を Q, 余りを R とすると,

$$Q=x^2+x+a^{\boxed{ア}},\quad R=(a+b)x+a^{\boxed{イ}}+b^{\boxed{ウ}}$$

である。

(1) $R=x+7$ のとき, $a=$ $\boxed{エ}$ または $a=$ $\boxed{オカ}$ である。

(2) $\boxed{キ}$ と $\boxed{ク}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから１つずつ選べ。

(i) $a<-\dfrac{1}{2}$ は，すべての実数 x に対して $Q>0$ となるための $\boxed{キ}$。

(ii) $a+b=0$ は, A が B で割り切れるための $\boxed{ク}$。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが十分条件ではない

② 十分条件であるが必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

[2] 線分 AB を直径とする半円周上に 2 点 C, D があり, $\mathrm{AC}=2\sqrt{5}$, $\mathrm{AD}=8$, $\tan\angle\mathrm{CAD}=\dfrac{1}{2}$ であるとする。

このとき, $\cos\angle\mathrm{CAD}=\dfrac{\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$, $\mathrm{CD}=\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}$ である。

さらに, △ADC の面積は $\boxed{セ}$, $\mathrm{AB}=\boxed{ソタ}$ である。

第３問（選択問題）

解答解説のページへ

(1)　数列$\{a_n\}$の初項から第n項までの和$S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$が

$$S_n=-n^2+24n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で与えられるものとする。このとき$a_1=$ **アイ** ，$a_2=$ **ウエ** である。また$a_n<0$となる自然数nの値の範囲は$n \geqq$ **オカ** であり，$\sum_{k=1}^{40}|a_k|=$ **キクケ** となる。

(2)　初項1，公比3の等比数列を$\{b_k\}$とおく。各自然数nに対して，$b_k \leqq n$を満たす最大のb_kをc_nとおく。たとえば，$n=5$のとき，$b_2=3$，$b_3=9$であり，

$$b_1<b_2 \leqq 5<b_3<b_4<\cdots\cdots$$

なので$c_5=b_2=3$である。

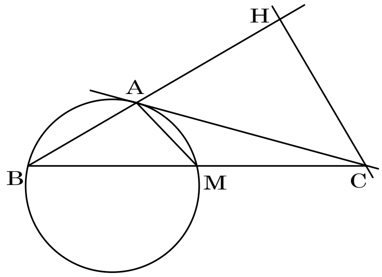
(i)　$c_{10}=$ **コ** であり，$c_n=27$である自然数nは全部で **サシ** 個ある。

(ii)　$\sum_{k=1}^{30} c_k=$ **スセソ** である。

第４問（選択問題）

解答解説のページへ

△ABC において，∠A は鈍角で，∠B = 30° である。点 C から直線 AB に引いた垂線と直線 AB との交点を H とする。辺 BC の中点を M とし，直線 AC は 3 点 A, B, M を通る円と点 A で接しているとする。



下の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ については，最も適当なものを次の⓪～Ⓕのうちから 1 つずつ選べ。

⓪　鋭角三角形　　①　直角二等辺三角形　　②　二等辺三角形

③　正三角形　　④　直角三角形

⑤　ABC　　⑥　AMB　　⑦　HMC　　⑧　MAB　　⑨　MCA

Ⓐ　AB　　Ⓑ　AC　　Ⓒ　AM　　Ⓓ　BC　　Ⓔ　BH　　Ⓕ　CH

直角三角形 HBC において ∠HBC = 30° なので，BC = 2 $\boxed{\text{ア}}$ である。一方，∠MAC = ∠ $\boxed{\text{イ}}$ なので，△MAC と△ $\boxed{\text{イ}}$ は相似になる。したがって

$AC^2 = MC \cdot$ $\boxed{\text{ウ}}$ となる。M は辺 BC の中点なので，$AC = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}\,CH$ が成り立つ。したがって△HAC は $\boxed{\text{オ}}$ であり，∠AMB = $\boxed{\text{カキ}}$°となる。

AC と HM の交点を K，直線 BK と HC の交点を L とする。△HBK と△BCK の面積比は HL : LC であり，△CHK と△BCK の面積比は△CHK : △BCK = HA : $\boxed{\text{ク}}$ である。また，M は辺 BC の中点だから，△HBK と△CHK の面積は等しい。ゆえに，HL : LC = HA : $\boxed{\text{ク}}$ が成り立つ。

したがって，△HAL と△HBC の面積比は△HAL : △HBC = 1 : $\boxed{\text{ケ}}$ となる。

第５問（選択問題）

解答解説のページへ

次のプログラムを考える。ただし，N には自然数を入力するものとする。また，INT(X)は X を超えない最大整数を与える関数である。

```
100  INPUT  "N=";N
110  IF  N>9  THEN  GOTO  230
120  FOR  A=1  TO  N
130    FOR  B=1  TO  N
140    IF  B=2*INT(B/2)  THEN  GOTO  210
150    IF  B=A  THEN  GOTO  210
160      FOR  C=1  TO  N
170        IF  C=A  THEN  GOTO  200
180        IF  C=B  THEN  GOTO  200
190        PRINT  100*A+10*B+C
200      NEXT  C
210    NEXT  B
220  NEXT  A
230  END
```

(1) 上のプログラムを実行し，N=?に 3 を入力すると，3 桁の数が $\boxed{\text{ア}}$ 個表示される。特に，2 番目に表示される 3 桁の数は $\boxed{\text{イウエ}}$ である。

(2) 上のプログラムを実行し，N=?に 5 を入力すると，150 行は $\boxed{\text{オカ}}$ 回実行され，$\boxed{\text{イウエ}}$ は $\boxed{\text{キ}}$ 番目に表示される。

(3) 上のプログラムの 160 行と 180 行を，それぞれ次のように書き直す。

```
160      FOR  C=B  TO  N
180        IF  C=B*INT(C/B)  THEN  GOTO  200
```

変更したプログラムを実行し，N=?に 7 を入力する。このとき，表示される 3 桁の数のうち，最大の数は $\boxed{\text{クケコ}}$ であり，300 以上 500 以下の数は $\boxed{\text{サ}}$ 個である。