

第 1 問 (必答問題)

解答解説のページへ

[1] a を定数とし、2 次関数 $y = -x^2 + (2a - 5)x - 2a^2 + 5a + 3$ のグラフを C とする。(1) グラフ C の頂点の座標は、 $(\frac{2a - \boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{-4a^2 + \boxed{\text{ウエ}}}{4})$ である。(2) グラフ C と x 軸が異なる 2 点で交わるための a の範囲は

$$-\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}} < a < \frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}} \dots\dots$$

である。

(3) a は $\boxed{\text{イ}}$ を満たす整数とする。このとき、グラフ C と x 軸との 2 つの交点の x 座標がともに整数となるのは、 $a = \boxed{\text{ク}}$ または $a = \boxed{\text{ケコ}}$ の場合であり、その場合に限る。 $a = \boxed{\text{ケコ}}$ のとき、交点の x 座標は $\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{スセ}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{スセ}}$ は解答の順序を問わない。

[2] 1 つのさいころを 2 回続けて投げ、出た目の数を順に a, b とするとき、 $u = \frac{a}{b}$ とおく。(1) $u = 1$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。(2) $u > 1$ である確率は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。(3) u が整数になる確率は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。(4) T を次で定義する。 u が整数になる場合： u が偶数ならば $T = u$ ， u が奇数ならば $T = 1$ u が整数にならない場合： $T = 0$ このとき、 T の期待値は $\frac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$ である。

第 2 問 (必答問題)

解答解説のページへ

[1] m, n を整数とする。 x の整式 $A = x^3 + mx^2 + nx + 2m + n + 1$ を考える。(1) x の整式 B を $B = x^2 - 2x - 1$ とする。 A を B で割ると、商 Q と余り R はそれぞれ

$$Q = x + (m + \boxed{\text{ア}}), \quad R = (2m + n + \boxed{\text{イ}})x + (3m + n + \boxed{\text{ウ}})$$

である。

また、 $x = 1 + \sqrt{2}$ のとき、 B の値は $\boxed{\text{エ}}$ であり、 さらにこのとき、 A の値が -1 であるならば、 m, n は整数だから、 $m = \boxed{\text{オ}}$ 、 $n = \boxed{\text{カキ}}$ である。

(2) 次の $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを、 下の 0 ~ のうちから 1 つ選べ。

x がどのような奇数であっても、 A の値が常に偶数になるための必要十分条件は $\boxed{\text{ク}}$ となることである。

- | | | |
|-----------|---------|-------------|
| 0 m が奇数 | n が奇数 | $m - n$ が奇数 |
| m が偶数 | n が偶数 | $m - n$ が偶数 |

[2] 平面上に 2 点 O, P があり、 $OP = \sqrt{6}$ である。 点 O を中心とする円 O と点 P を中心とする円 P が、 2 点 A, B で交わっている。 円 P の半径は 2 であり、 $\angle AOP = 45^\circ$ である。 このとき、 円 O の半径は

$$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} + \boxed{\text{コ}} \quad \text{または} \quad \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$$

である。

以下、 円 O の半径が $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \boxed{\text{コ}}$ のときを考える。

$AB = \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。 また、 OA の A 側への延長と円 P との交点を C とするとき、 三角形 ABC について、

$$\angle BAC = \boxed{\text{スセソ}}^\circ, \quad BC = \boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

第 3 問 (選択問題)

解答解説のページへ

- (1) 整数からなる等比数列 $\{a_n\}$ が $a_1 + a_2 = 32$, $a_4 + a_5 = 864$ を満たしている。このとき, $a_n = \boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}}^{n-1}$ であり,

$$\sum_{k=1}^n (a_k + 4k - 2) = \boxed{\text{ウ}} \cdot \boxed{\text{エ}}^n + \boxed{\text{オ}} n^2 - \boxed{\text{カ}}$$

となる。

- (2) 分数 $\frac{9}{37}$ を小数で表したときに小数第 n 位に現れる数を b_n とする。すべての自然

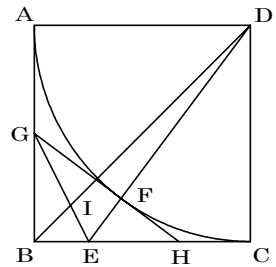
数 n に対して $b_{n+p} = b_n$ となる最小の自然数 p は $\boxed{\text{キ}}$ であり, $\sum_{k=1}^{100} b_k = \boxed{\text{クケコ}}$ で

ある。

第 4 問 (選択問題)

解答解説のページへ

1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD の辺 BC を 1 : 3 に内分する点を E とする。D を中心とする半径 1 の円と、線分 DE との交点を F とする。点 F におけるこの円 D の接線と辺 AB, BC との交点をそれぞれ G, H とする。さらに直線 GE と直線 BD との交点を I とする。 ~ には、次の 0 ~ F のうちから正しいものを 1 つずつ選べ。



- | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|----|-----|----|-----|----|-----|---|-----|---|-----|
| 0 | EH | FD | FE | GE | | | | | | | |
| | GF | GH | GI | GJ | IE | JB | | | | | |
| A | BEI | B | BIE | C | EBI | D | EFG | E | FEG | F | FGE |

(1) 点 I が BGH の内心であることを示す。E は BC を 1 : 3 に内分するから、

$$EC = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$$

いれば、 $ED = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ となる。よって $EF = \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

GBE と GFE は直角三角形で、斜辺 GE を共有し、 $BE = \text{キ}$ であるから、 $GBE \cong GFE$ が成り立つ。ゆえに $\angle BGE = \angle \text{ク}$ となる。一方、

$$\angle GBI = 45^\circ = \angle \text{ケ}$$

であるから、I は BGH の内心であることがわかる。

(2) 次に、BGH の内接円 I の半径 r を求める。GA = GF = GB なので、G は AB の中点であることがわかる。I から GB に下ろした垂線と GB との交点を J とする。JI = = r であって JI // BE であるから、GB : BE = : JI が成り立つ。

ゆえに $r = \frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ となる。

第 5 問 (選択問題)

解答解説のページへ

次のプログラムを考える。ただし、120 行の THEN の後は、コロン「:」で区切られた複数の命令をその順に実行させるものである。

```

100 INPUT  A= ; A
110 INPUT  B= ; B
120 IF  B<=0 THEN PRINT  B<=0 です。終了します。 : GOTO  240
130 X=0
140 Y=A
150 IF  A<0 THEN GOTO  200
160 IF  Y<B THEN GOTO  230
170 X=X+1
180 Y=Y-B
190 GOTO  160
200 X=X-1
210 Y=Y+B
220 IF  Y<0 THEN GOTO  200
230 PRINT  Xは ; X; ,Yは ; Y;  です。
240 END

```

(1) $A = ?$ に対して 50, $B = ?$ に対して 11 を入力すると、170 行は 回、210 行は 回実行され、
 X は , Y は です。
と表示される。

(2) $A = ?$ に対して -50 , $B = ?$ に対して 6 を入力すると、170 行は 回、210 行は 回実行され、
 X は , Y は です。
と表示される。

(3) $A = ?$ に対して 14.9, $B = ?$ に対して 2.5 を入力すると、 X の値として X は

と表示され、その右に Y の値として表示される数を既約分数で表すと $\frac{\text{サシ}}{\text{ス}}$ となる。