第１問（必答問題）

解答解説のページへ

[1] (1)　一般に A, B を定数とするとき, $x \geqq 0$ を満たすすべての x に対して, x の１次不等式 $Ax+B>0$ が成り立つ条件は, $A \geqq$ $\boxed{\text{ア}}$ かつ $B>$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　$x \geqq 0$ を満たすすべての x に対して，不等式

$$(x+1)\sin^2\alpha+(2x-1)\sin\alpha\cos\alpha-x\cos^2\alpha>0 \cdots\cdots\cdots ①$$

が成り立つような α の値の範囲を求めよう。ただし，$0° \leqq \alpha \leqq 180°$ とする。

$x \geqq 0$ を満たすすべての x に対して，①が成り立つ条件は,

$\sin\boxed{\text{ウ}}\alpha \geqq \cos\boxed{\text{エ}}\alpha$ かつ $\sin^{\boxed{\text{オ}}}\alpha>\sin\alpha\cos\alpha$ が成り立つことである。これより，求める α の範囲は $\boxed{\text{カキ}}° < \alpha \leqq \dfrac{\boxed{\text{クケコ}}°}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

[2]　正の数 x に対して，$a=\log_3 x-\dfrac{7}{2}$，$b=\log_3 x-\dfrac{5}{2}$，$c=\log_9 x-\dfrac{5}{2}$，

$d=\log_9 x-\dfrac{3}{2}$ とおく。

(1)　$d=0$ となるような x の値は $x=$ $\boxed{\text{シス}}$ である。

(2)　$abcd>0$ となるような x の値の範囲を求めよう。a, b, c, d のすべてが負の場合には, $0<x<\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$ となる。a, b, c, d のうち２つが正で残り２つが負の場合には, $\boxed{\text{タチ}}<x<\boxed{\text{ツテ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ となる。さらに, a, b, c, d のすべてが正の場合には $\boxed{\text{ナニヌ}}<x$ となる。

(3)　$\boxed{\text{タチ}}<x<\boxed{\text{ツテ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ の範囲において, a, b, c, d の間には大小関係

$\boxed{\text{ネ}}<\boxed{\text{ノ}}<\boxed{\text{ハ}}<\boxed{\text{ヒ}}$ が成り立つ。

第２問（必答問題）

解答解説のページへ

関数 $f(x)$ は, $x \leqq 3$ のとき $f(x)=x$, $x>3$ のとき $f(x)=-3x+12$ で与えられている。このとき, $x \geqq 0$ に対して, 関数 $g(x)$ を $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ と定める。

(1) $0 \leqq x \leqq 3$ のとき $g(x)=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}x^{\boxed{\text{ウ}}}$ であり, $x \geqq 3$ のとき

$g(x)=-\dfrac{3}{2}x^2+\boxed{\text{エオ}}\,x-\boxed{\text{カキ}}$ である。

(2) 曲線 $y=g(x)$ を C とする。C 上の点 $\mathrm{P}(a,\ g(a))$（ただし $0<a<3$）における C の接線 l の傾きは $\boxed{\text{ク}}$ であるから, l の方程式は $y=\boxed{\text{ク}}\,x-\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}a^2$ である。

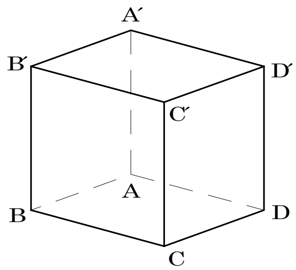
(3) l と x 軸の交点を Q とすると Q の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}a,\ 0\right)$ であり, l と C の P 以外の交点を R とすると R の座標は $\left(\boxed{\text{ス}}-a,\ \boxed{\text{セ}}\,a-\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}a^2\right)$ である。

(4) R から x 軸に垂線を引き, x 軸と交わる点を H とするとき, 三角形 QRH の面積 S は, $S=\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}a^3-\boxed{\text{テ}}\,a^2+\boxed{\text{トナ}}\,a$ である。S は $a=\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ のとき最大値をとる。

第３問（選択問題）

解答解説のページへ

1 辺の長さが 1 の，図のような立方体ABCD − A′B′C′D′ において，AB，CC′，D′A′ を $a:(1-a)$ に内分する点をそれぞれ P，Q，R とし，$\overrightarrow{AB}=\vec{x}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{y}$，$\overrightarrow{AA'}=\vec{z}$ とおく。ただし，$0<a<1$ とする。



(1) $\overrightarrow{PQ}$，$\overrightarrow{PR}$ を $\vec{x}$，$\vec{y}$，$\vec{z}$ を用いて表すと，

$$\overrightarrow{PQ}=\left(\boxed{\text{ア}}-\boxed{\text{イ}}\right)\vec{x}+\vec{y}+\boxed{\text{ウ}}\vec{z}$$

$$\overrightarrow{PR}=\boxed{\text{エオ}}\vec{x}+(1-a)\vec{y}+\vec{z}$$

となる。したがって，$|\overrightarrow{PQ}|:|\overrightarrow{PR}|=1:\boxed{\text{カ}}$

$$|\overrightarrow{PQ}|^2=\boxed{\text{キ}}\left(a^2-a+\boxed{\text{ク}}\right)$$

$$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}=a^2-a+\boxed{\text{ケ}}$$

であるから，$\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{PR}$ のなす角は $\boxed{\text{コサ}}$ ° である。

(2) 三角形 PQR の重心を G とすると，$\overrightarrow{DG}=\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}(\vec{x}-\vec{y}+\vec{z})$ である。

（$\boxed{\text{シ}}$ と $\boxed{\text{ス}}$ は解答の順序を問わない）

いま，辺C′D′ 上に SQ = SR となるように点 S をとる。このとき，$\overrightarrow{C'S}=\boxed{\text{ソ}}\overrightarrow{C'D'}$ となり，$\overrightarrow{SD}=\left(\boxed{\text{タ}}-\boxed{\text{チ}}\right)\vec{x}-\vec{z}$ である。

(3) $\overrightarrow{SG}$ と $\overrightarrow{DG}$ が垂直であるとき，a の値は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ であり，$\angle QSR=\boxed{\text{トナニ}}$ ° となる。

第４問（選択問題）

解答解説のページへ

複素数平面上で,

$$z_0=(\sqrt{3}+i)(\cos\theta+i\sin\theta),\quad z_1=\frac{4\{(1-\sin\theta)+i\cos\theta\}}{(1-\sin\theta)-i\cos\theta},\quad z_2=-\frac{2}{z_1}$$

の表す点をそれぞれ P_0，P_1，P_2 とする。ただし，$0^\circ<\theta<90^\circ$ とする。また，$\arg z$ は複素数 z の偏角を表すものとし，偏角は -180° 以上 180° 未満とする。

(1)　$|z_0|=\boxed{\text{ア}}$, $\arg z_0=\boxed{\text{イウ}}{}^\circ+\theta$ である。

(2)　z_1 の分母と分子に $(1-\sin\theta)+i\cos\theta$ をかけて計算すると,

$z_1=\boxed{\text{エ}}(-\sin\theta+i\cos\theta)$ となる。よって，$|z_1|=\boxed{\text{オ}}$, $\arg z_1=\boxed{\text{カキ}}{}^\circ+\theta$ である。

(3)　$\left|\dfrac{z_1}{z_0}\right|=\boxed{\text{ク}}$, $\arg\dfrac{z_1}{z_0}=\boxed{\text{ケコ}}{}^\circ$ であるから，$P_0P_1=\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(4)　原点 O，P_0，P_1，P_2 の 4 点が同一円周上にある場合を考える。このとき $\angle OP_2P_1$ を考えると，$\arg\dfrac{z_1-z_2}{-z_2}=-\boxed{\text{スセ}}{}^\circ$ であるから,

$\boxed{\text{ソ}}\cos 2\theta-\boxed{\text{タ}}=0$ が成り立つ。よって $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ となる。

第５問（選択問題）

解答解説のページへ

1 から 8 までの整数のいずれか 1 つが書かれたカードが，各数に対して 1 枚ずつ合計 8 枚ある。D さんがカードを引いて，賞金を得るゲームをする。その規則は次のとおりである。

100 円のゲーム代を払って，カードを 1 枚引き，書いてある数が X のとき，$pX+q$ 円を受け取る。ここで, p, q は正の整数とする。

(1)　確率変数 X の平均（期待値）は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，分散は $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2)　D さんがカードを 1 枚引いて受け取る金額からゲーム代を差し引いた金額を Y 円とする。確率変数 Y の平均を N とするとき, N を p と q を用いて表すと,

$$N=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}p+q-\boxed{\text{クケコ}}$$ である。

(3)　$N=0$ を満たす p, q の値の組の総数は $\boxed{\text{サシ}}$ である。その中で, p の最小値は $\boxed{\text{ス}}$, 最大値は $\boxed{\text{セソ}}$ である。

(4)　Y の分散は $\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}p^2$ である。したがって，$N=0$ のとき Y の分散の最小値 C は，$p=\boxed{\text{テ}}$ のとき起こり，$C=\boxed{\text{トナ}}$ である。

第６問（選択問題）

解答解説のページへ

座標平面上に 3 つの点P(2, 0), Q(9, 7), R(8, a)がある。点S(x, y)の座標と a を入力し, P, Q, R のうちで, S に最も近い点とその点までの距離の 2 乗を出力するプログラムを以下のように作った。ただし, x, y, a は整数を入力するものとする。

プログラム 1

```
100  INPUT  "x,y=";X,Y
110  INPUT  "a=";A
120  P=(X-2)*(X-2)+Y*Y
130  Q=(X-9)*(X-9)+(Y-7)*(Y-7)
140  R=(X-8)*(X-8)+(Y-A)*(Y-A)
150  D=P
160  E=Q
170  F=R
180  IF  D<E  THEN  [ ア ]
190  IF  E<F  THEN  [ イ ]
200  PRINT  "距離の 2 乗は";[ ウ ]
210  PRINT  "その点は"
220  IF  [ ウ ]=P  THEN  PRINT  "点P"
230  IF  [ ウ ]=Q  THEN  PRINT  "点Q"
240  IF  [ ウ ]=R  THEN  PRINT  "点R"
250  END
```

(1) $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$は, それぞれ「**D** と **E** の値を入れかえる」と「**E** と **F** の値を入れかえる」ということを意味する。それぞれに当てはまるものを, 次の⓪～⑤のうちから 1 つずつ選べ。

⓪ **G=D:D=E:E=G**　① **D=E:G=D:E=G**　② **G=D:E=G:D=E**

③ **G=E:E=F:F=G**　④ **E=F:G=E:F=G**　⑤ **G=E:F=G:E=F**

(2) $\boxed{\text{ウ}}$に入る文字を, 次の⓪～⑥のうちから 1 つ選べ。

⓪ **P**　① **Q**　② **R**　③ **D**　④ **E**　⑤ **F**　⑥ **G**

(3) プログラム 1 を実行して **x,y=?** に対し **5,4** を入力した。そのあと a を入力して, 3 点 P, Q, R すべてが出力されるためには, a として$\boxed{\text{エ}}$または$\boxed{\text{オ}}$を入力しなければならない。

(4)　プログラム 1 と同じ出力を得るために 150〜190 行を次の 4 行で置きかえた。

```
150  M=P
160  IF  Q<M  THEN  [ カ ]
170  IF  R<M  THEN  [ キ ]
180  [ ウ ]=M
```

　プログラムの中の $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キ}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから 1 つずつ選べ。

⓪　Q=M　　①　M=Q　　②　M=R　　③　R=M

(5)　プログラム 1 を変更して，距離の 2 乗の最大値とその点を出力するプログラムにするには，$\boxed{\text{ク}}$ だけでよい。$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから 1 つ選べ。

⓪　180 行目と 190 行目を入れかえる

①　$\boxed{\text{ウ}}$ の文字のみを変更する

②　180, 190 行の **IF** 文の中の不等式をそれぞれ **D>E**, **E>F** に変更する

③　180, 190 行の **IF** 文の中の不等式をそれぞれ **D>E**, **E>F** に変更し，さらに, 180 行目と 190 行目を入れかえる

(6)　プログラム 1 を変更して，最小値と最大値の両方を出力するようにするために，まず 180 行と 190 行の前後にそれぞれ 1 行追加し，

```
175  FOR  K=1  TO  [ ケ ]
180  IF  D<E  THEN  [ ア ]
190  IF  E<F  THEN  [ イ ]
195  NEXT  K
```

とする。これで，最小値は $\boxed{\text{コ}}$ に，最大値は $\boxed{\text{サ}}$ に代入されることになる。あとは点を出力する 200 行以降の部分を修正するだけでよい。

　$\boxed{\text{ケ}}$ には，180 行と 190 行を繰り返す回数のうちで，題意に適する最小のものを答えよ。また，$\boxed{\text{コ}}$, $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，(2)の選択肢⓪〜⑥のうちから 1 つずつ選べ。