

第 1 問 (必答問題)

解答解説のページへ

[1] a を正の定数とし、角 θ の関数 $f(\theta) = \sin(a\theta) + \sqrt{3} \cos(a\theta)$ を考える。

(1) $f(\theta) = \boxed{\text{ア}} \sin(a\theta + \boxed{\text{イウ}}^\circ)$ である。

(2) $f(\theta) = 0$ を満たす正の角 θ のうち最小のものは、 $\frac{\boxed{\text{エオカ}}^\circ}{a}$ であり、小さい方

から数えて 4 番目と 5 番目のものは、それぞれ $\frac{\boxed{\text{キクケ}}^\circ}{a}$ 、 $\frac{\boxed{\text{コサシ}}^\circ}{a}$ である。(3) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ の範囲で、 $f(\theta) = 0$ を満たす θ がちょうど 4 個存在するような

a の範囲は、 $\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}} < a < \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

[2] 対数関数 $f(x) = \log_2 x$ 、 $g(x) = \log_2(x+a)$ について考える。関数 $y = g(x)$ のグラフは、関数 $y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{テト}}$ だけ平行移動したものである。ただし、 $a > 0$ とする。(1) $F(x) = g(x) - f(x)$ とする。 $F(2) = 1$ となるのは、 $a = \boxed{\text{ナ}}$ のときである。 $F(1) = 2F(3)$ となるのは、 $a = \boxed{\text{ニ}}$ のときである。(2) 次に $h(x) = \log_4(4x+b)$ ($b > 0$) とする。 $g(1) = h(1)$ 、 $g\left(\frac{1}{2}\right) = h\left(\frac{1}{2}\right)$ となる

のは、 $a = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ 、 $b = \frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ のときである。

第 2 問 (必答問題)

解答解説のページへ

座標平面において、点 $(a, 1)$ を中心とし、 x 軸に接する円を C_1 とする。また、放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ を C_2 とし、 C_2 上に点 $P(b, \frac{1}{2}b^2)$ をとる。ただし、 $a > 0, b > 0$ とする。

(1) C_1 の方程式は、 $(x - \boxed{\text{ア}})^2 + (y - \boxed{\text{イ}})^2 = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) P における C_2 の接線 l の傾きは $\boxed{\text{エ}}$ である。したがって、 l の方程式は、

$$y = \boxed{\text{エ}}x - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}b^{\boxed{\text{キ}}}$$

$$\text{は、 } y = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}x + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}b^{\boxed{\text{ス}}} + \boxed{\text{セ}}$$

(3) C_1 の中心が m 上にあるとする。このとき $a = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}b^{\boxed{\text{チ}}}$ が成り立つ。

さらに、 C_1 が P を通るとき、 $b = \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ 、 $a = \frac{\boxed{\text{テ}}}{2}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ である。

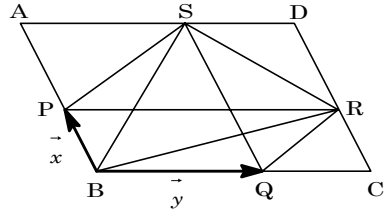
このとき、 C_1 は P において l に接し、 l と x 軸のなす角は $\boxed{\text{ナニ}}^\circ$ である。また、2 直線 $x = 0, x = a$ の間において、 C_1 と C_2 と x 軸の 3 つで囲まれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}} - \frac{\pi}{\boxed{\text{ハ}}}$$

第 3 問 (選択問題)

解答解説のページへ

平行四辺形 ABCD において、辺 AB を $a : 1$ に内分する点を P、辺 BC を $b : 1$ に内分する点を Q とする。辺 CD 上の点 R および辺 DA 上の点 S をそれぞれ $PR \parallel BC$ 、 $SQ \parallel AB$ となるようにとり、 $\vec{x} = \vec{BP}$ 、 $\vec{y} = \vec{BQ}$ とおく。



- (1) 五角形 PBQRS の辺 RQ, SP および対角線 SB, RB が表すベクトルは \vec{x} 、 \vec{y} を用いて、

$$\vec{RQ} = -\vec{x} - \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \vec{y}, \quad \vec{SP} = \boxed{\text{ウエ}} \vec{x} - \vec{y}$$

$$\vec{SB} = -(\boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}}) \vec{x} - \vec{y}, \quad \vec{RB} = -\vec{x} - (\boxed{\text{キ}} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}) \vec{y}$$

となる。

- (2) $\vec{SP} \cdot \vec{x} = \vec{x} \cdot \vec{y} = \vec{y} \cdot \vec{RQ}$ が成り立つとする。このとき

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = -\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} |\vec{x}|^2 = -\frac{1}{\boxed{\text{シス}}} |\vec{y}|^2$$

である。

- (3) $RQ \parallel SB$ および $SP \parallel RB$ が成り立つとする。このとき $a = \frac{\boxed{\text{セソ}} + \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ 、

$$b = \frac{\boxed{\text{ツ}} + \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}} \text{ である。}$$

- (4) (2) と (3) の条件が同時に成り立つとき、 $\frac{|\vec{y}|}{|\vec{x}|} = \boxed{\text{ナ}}$ であるから、

$$\cos \angle PBQ = \frac{\boxed{\text{ニ}} - \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}} \text{ を得る。}$$

第 4 問 (選択問題)

解答解説のページへ

- (1) 相異なる 2 つの複素数 a, b に対して, $\arg \frac{z-a}{z-b} = \pm 90^\circ$ を満たす z は, 複素数平面上の, ある円の周上にある。この円は a, b を用いて

$$\left| z - \frac{\boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \right| = \frac{|\boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}|}{\boxed{\text{カ}}}$$

で表される。

ただし, $\arg z$ は複素数 z の偏角を表す。

- (2) 以下, 複素数の偏角は 0° 以上 360° 未満とする。

2 次方程式 $x^2 - 2x + 4 = 0$ の 2 つの解を α, β とする。ただし, α の虚部は正とする。このとき, $\arg \alpha = \boxed{\text{キク}}^\circ$, $\arg \beta = \boxed{\text{ケコサ}}^\circ$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{\text{シス}}, \quad \alpha^2 - \beta^2 = \boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}} i$$

である。したがって $\arg \frac{z-\alpha^2}{z-\beta^2} = 90^\circ$ を満たす z が描く図形は

$$|z + \boxed{\text{タ}}| = \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

で表される円のうち, $\boxed{\text{テトナ}}^\circ < \arg z < \boxed{\text{二又ネ}}^\circ$ を満たす部分である。

第 5 問 (選択問題)

解答解説のページへ

右の表はあるクラスの英語と数学の成績の分布である。生徒数は 50 人で、成績は 1 から 5 までの 5 段階評価である。たとえば、この表によると英語の成績が 4、数学の成績が 2 の生徒の数は 5 人である。

		Y		数 学				
				5	4	3	2	1
英 語	X	5	4	3	2	1		
	5	1	3	1	0	1		
	4	1	0	7	5	1		
	3	2	1	0	9	3		
	2	1	b	6	0	a		
1	0	0	1	1	3			

このクラス全員の名札 50 枚をよくまぜて、1 枚を取り出し、その名札の生徒の英語の成績を X 、数学の成績を Y として確率変数 X, Y を定める。

ただし、同姓同名の生徒はいないものとする。

(1) $X = 4$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ である。 $X = 4$ かつ $Y = 3$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$

である。 $X = 3$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。 $X = 3$ という条件のもとで $Y = 3$ とな

る条件つき確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(2) $a + b = \boxed{\text{ス}}$ であり、 $X = 2$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ で、 X の平均 (期待値) は

$\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(3) Y の平均が $\frac{133}{50}$ であれば、 $a = \boxed{\text{ト}}$ 、 $b = \boxed{\text{ナ}}$ である。

(4) $X = 2$ という事象と $Y = 4$ という事象が独立であれば、 $a = \boxed{\text{ニ}}$ 、 $b = \boxed{\text{ヌ}}$ であり、 Y の平均は $\frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

第 6 問 (選択問題)

解答解説のページへ

p を 3 以上の自然数とする。1 以上 $p-1$ 以下の各自然数 a に対して、数の列 a_1, a_2, \dots, a_{p-1} を次のように決める。

a_1 は a とする。

a_{i+1} は $a_i \times a$ を p で割った余りとする。ただし、 $1 \leq i \leq p-2$ である。

また、各 a に対して $f(a)$ を次のように決める。

$a_i = 1$ となる i が $1 \leq i \leq p-1$ の範囲にあるときは、そのような最小値の i を $f(a)$ とする。

$a_i = 1$ となる i が $1 \leq i \leq p-1$ の範囲にないときには $f(a) = 0$ とする。

p の値を入力して $f(1), f(2), \dots, f(p-1)$ を出力させるプログラムを考えたい。

方針 数の列 a_1, a_2, \dots を上の規則によって決めていく過程で **ア** になればそ

の i を出力して FOR ループを抜け出す。

1 から $p-1$ のどの i に対しても **イ** ならば 0 を出力する。

この方針に従って、次のプログラムを書いた。

```

100 INPUT " P= " ;P
110 FOR A=1 TO P-1
120   ウ
130   FOR I=1 TO P-1
140     IF エ THEN PRINT " f( " ;A; " )= " ;I:GOTO 180
150     B=A*B-P*INT(A*B/P)
160   NEXT I
170   PRINT " f( " ;A; " )=0 "
180 NEXT A
190 END

```

注意：INT(X)は、Xを越えない最大の整数を表す関数である。

(1) 上の **ア** から **エ** に適するものを、次の ~ のうちから 1 つずつ選べ。

$a_i \neq 1$	$a_i = 1$	$B=0$	$B=1$
$B < 0$	$B=A$	$A=B$	

(2) このプログラムを実行する。表示

P=?

に対して 7 を入力したとき、はじめの 4 行は

$$f(1)=\boxed{\text{オ}}$$

$$f(2)=\boxed{\text{カ}}$$

$$f(3)=\boxed{\text{キ}}$$

$$f(4)=\boxed{\text{ク}}$$

と出力される。

- (3) 上のプログラムで 140 行と 150 行を入れかえたプログラムを実行させ

P=?

に対して 9 を入力すると、はじめの 4 行は

$$f(1)=\boxed{\text{ケ}}$$

$$f(2)=\boxed{\text{コ}}$$

$$f(3)=\boxed{\text{サ}}$$

$$f(4)=\boxed{\text{シ}}$$

となり、意図した結果とは異なるものが出力される。