第１問（必答問題）

解答解説のページへ

[1] a を定数とし, 2 次関数 $y=-4x^2+4(a-1)x-a^2$ のグラフを C とする。

(1) C が点$(1,\ -4)$を通るとき，$a=\boxed{ア}$である。

(2) C の頂点の座標は，$\left(\dfrac{a-1}{\boxed{イ}},\ \boxed{ウエ}a+\boxed{オ}\right)$である。

(3) $a>1$ とする。x が$-1\leqq x\leqq 1$の範囲にあるとき，この 2 次関数の最大値，最小値を調べる。最大値は，$1<a\leqq\boxed{カ}$ならば$-2a+\boxed{キ}$，$a>\boxed{カ}$ならば$-a^2+4a-\boxed{ク}$である。また，最小値は$-a^2-\boxed{ケ}a$である。最大値と最小値の差が 12 になるのは$a=-1+\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}$ のときである。

[2] 2 つの箱 A, B がある。

A の箱には，次のように 6 枚のカードが入っている。

0 の数字が書かれたカードが 1 枚，1 の数字が書かれたカードが 2 枚，2 の数字が書かれたカードが 3 枚

B の箱には，次のように 7 枚のカードが入っている。

0 の数字が書かれたカードが 4 枚，1 の数字が書かれたカードが 1 枚，2 の数字が書かれたカードが 2 枚

A の箱から 1 枚, B の箱から 2 枚，あわせて 3 枚のカードを取り出す。

(1) 3 枚のカードに書かれた数がすべて 0 である確率は$\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{スセ}}$である。

(2) 3 枚のカードに書かれた数の積が 4 である確率は$\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タチ}}$である。

(3) 3 枚のカードに書かれた数の積が 0 である確率は$\dfrac{\boxed{ツテ}}{\boxed{トナ}}$である。

(4) 3 枚のカードに書かれた数の積の期待値は$\dfrac{\boxed{ニヌ}}{\boxed{ネノ}}$である。

第２問（必答問題）

解答解説のページへ

[1] a, b を実数とし, x の整式 A, B を $A=x^2+ax+b$, $B=x^2+x+1$ とする。ただし, A と B は等しくないものとする。

(1) 等式 $A^2+B^2=2x^4+6x^3+3x^2+cx+d$ が成り立つとき, $a=\boxed{ア}$, $b=-\boxed{イ}$, $c=-\boxed{ウ}$, $d=\boxed{エ}$ である。

(2) 等式 $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$

$$=\{(a-1)x+(b-1)\}\{\boxed{オ}x^2+(a+\boxed{カ})x+b+1\}$$

を考える。$A-B$ が $x-1$ で割り切れるのは $\boxed{キ}$ のときであり, また, $A+B$ が $x-1$ で割り切れるのは $\boxed{ク}$ のときである。よって, $A-B$ と $A+B$ が同時に $x-1$ で割り切れることはない。ただし, $\boxed{キ}$, $\boxed{ク}$ については, 次の⓪～④の中から当てはまるものをそれぞれ１つずつ選べ。

⓪ $a+b=0$　① $a-b=0$　② $a+b-2=0$

③ $a+b+4=0$　④ $a-b-2=0$

したがって, A^2-B^2 が $(x-1)^2$ で割り切れるのは, $A+B$ が $(x-1)^2$ で割り切れる場合である。

このとき, $a=-\boxed{ケ}$, $b=\boxed{コ}$, $A^2-B^2=\boxed{サシス}x(x-1)^2$ となる。

[2] 半径 R の円に内接する四角形 ABCD が, $\mathrm{AB}=\sqrt{3}-1$, $\mathrm{BC}=\sqrt{3}+1$, $\cos\angle\mathrm{ABC}=-\dfrac{1}{4}$ を満たしており, △ACD の面積は△ABC の面積の 3 倍であるとする。

このとき $\mathrm{AC}=\boxed{セ}$, $R=\dfrac{\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タチ}}}{\boxed{ツ}}$ である。

また, △ACD と△ABC の面積についての条件から, $\mathrm{AD}\times\mathrm{CD}=\boxed{テ}$, $\mathrm{AD}^2+\mathrm{CD}^2=\boxed{トナ}$ となる。したがって, 四角形 ABCD の周の長さは

$\boxed{ニ}\sqrt{\boxed{ヌ}}+2\sqrt{3}$ である。

第３問（選択問題）

解答解説のページへ

(1) 初項が 0 でない等比数列$\{a_n\}$が$a_1+2a_2=0$を満たしている。このとき，公比は

$\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。$a_1+a_2+a_3=\dfrac{9}{4}$ ならば，$a_4+a_5+a_6=\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ であり，

$\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}=57$ となるのは$n=\boxed{\text{ク}}$のときである。

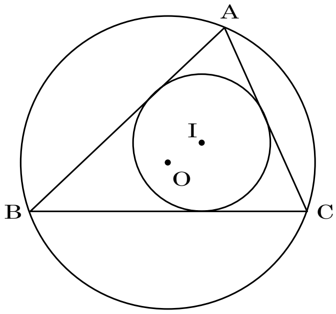
(2) $b_n=pn+q$で表される数列$\{b_n\}$に対して，初項から第 n 項までの和をS_nとする。

$b_7=1$，$S_{12}=10$ ならば，$p=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$，$q=\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，

$S_1+S_2+\cdots+S_{12}=\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

第４問（選択問題）

解答解説のページへ



三角形 ABC の外心を O, 内心を I, また外接円の半径を R, 内接円の半径を r とする。O と I が一致しない場合に R, r と OI の関係を調べよう。次の**ア**～**サ**には A～G の中から C 以外の当てはまる文字を選べ。ただし, **エ**と**オ**は解答の順序を問わない。

AI の延長と外接円の交点を D とし, DO の延長と外接円の交点を E とする。また直線 OI と外接円の交点を F, G とし, F, O, I, G がこの順に並ぶものとする。I から AC へ垂線をひき, 交点を H とする。

△AHI と△EBD は, ∠HAI = ∠ $\boxed{\text{アイ}}$ I = ∠BED , ∠AHI = ∠EBD = 90° であるから相似で, ED : $\boxed{\text{ウ}}$ I = $\boxed{\text{エオ}}$: HI が成り立ち

$$\boxed{\text{ウ}}\,\mathrm{I}\cdot\boxed{\text{エオ}} = 2rR \cdots\cdots(1)$$

次に△DBI において, ∠DIB = ∠I $\boxed{\text{カキ}}$ + ∠IBA , ∠DBI = ∠DBC + ∠IBC , ∠IBA = ∠IBC , ∠I $\boxed{\text{カキ}}$ = ∠DAC = ∠DBC であるから, ∠DIB = ∠ $\boxed{\text{クケ}}$ I で, △DBI は二等辺三角形となり

$$\boxed{\text{エオ}} = \mathrm{ID} \cdots\cdots(2)$$

△IFD と△IAG において, ∠IFD = ∠GFD = ∠IAG , ∠FID = ∠AIG

したがって, △IFD と△IAG は相似であり

$$\mathrm{AI}\cdot\boxed{\text{コ}}\,\mathrm{I} = \boxed{\text{サ}}\,\mathrm{I}\cdot\mathrm{GI} = (\boxed{\text{サ}}\,\mathrm{O}+\mathrm{OI})(\mathrm{GO}-\mathrm{OI}) = R^2-\mathrm{OI}^2 \cdots\cdots(3)$$

(1), (2), (3)から, $\mathrm{OI}^2 = R^2 - \boxed{\text{シ}}$ が成り立つ。ただし, $\boxed{\text{シ}}$ には次の⓪～⑤の中から正しいものを 1 つ選べ。

⓪ r　① R　② r^2

③ rR　④ $2rR$　⑤ $4rR$

第５問（選択問題）

解答解説のページへ

次のプログラムは$x=0,\ 1,\ \cdots,\ 9$に対するax^2+bx+cの値の最小値と最大値を求めるものである。$\boxed{\text{アイウ}}$, $\boxed{\text{エオカ}}$に適当な行番号を入れてプログラムを完成せよ。

```
100  INPUT  "a=";A
110  INPUT  "b=";B
120  INPUT  "c=";C
130  U=C
140  V=C
150  FOR  X=0  TO  9
160       Y=A*X*X+B*X+C
170       IF  Y>=U  THEN  GOTO  アイウ
180       U=Y
190       IF  Y<=V  THEN  GOTO  エオカ
200       V=Y
210  NEXT  X
220  PRINT  "最小値=";U
230  PRINT  "最大値=";V
240  END
```

(1)　上のプログラムを実行して, **a=?**に対して-1, **b=?**に対して 7, **c=?**に対して 28 を入力すると, **180** 行は$\boxed{\text{キ}}$回, **200** 行は$\boxed{\text{ク}}$回実行され

最小値＝$\boxed{\text{ケコ}}$

最大値＝$\boxed{\text{サシ}}$

が表示される。また, **170** 行の不等号>=を>に, **190** 行の不等号<=を<に変更したのち, 同じデータを入力すると, **180** 行は$\boxed{\text{ス}}$回, **200** 行は$\boxed{\text{セ}}$回実行され

最小値＝$\boxed{\text{ソタ}}$

最大値＝$\boxed{\text{チツ}}$

が表示される。

(2)　冒頭のプログラムの **170** 行と **180** 行は, **180** 行を削除して **170** 行を

170　$\boxed{\text{テ}}$

と書き直しても同じ結果を得る。同様に **190** 行と **200** 行も, **200** 行を削除して, **190** 行を

190　$\boxed{\text{ト}}$

と書き直すことができる。ただし, $\boxed{\text{テ}}$と$\boxed{\text{ト}}$については, 次の⓪～⑤の中から最もふさわしいものを１つずつ選べ。

⓪ IF Y＞U THEN U=Y

① IF Y＜U THEN U=Y

② IF Y=U THEN U=Y

③ IF Y＞V THEN V=Y

④ IF Y＜V THEN V=Y

⑤ IF Y=V THEN V=Y