

第 1 問 (必答問題)

解答解説のページへ

[1] a, b を実数とし, 2 次関数

$$y = 4x^2 - 8x + 5 \dots\dots\dots, \quad y = -2(x+a)^2 + b \dots\dots\dots$$

の表す放物線をそれぞれ C_1, C_2 とする。(1) C_1 の頂点と C_2 の頂点が一致するとき, $a =$, $b =$ である。(2) について, $y = 17$ となる x の値は と である。 についても, $y = 17$ となる x の値が と であるとすると, C_2 の軸は直線 $x =$ で, 頂点の座標は (,) である。(3) C_1 を x 軸方向に c , y 軸方向に $-4c$ だけ平行移動したとき, y 軸と点 $(0, 4)$ で交わるならば $c = \frac{\text{コサ}}{\text{シ}}$ である。このとき, 移動した放物線を表す 2 次関数の最小値は の最小値より だけ大きい。

[2] 赤玉 3 個, 青玉 2 個, 黄玉 1 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し, 色を確認してから袋に戻す。このような試行を最大で 3 回までくり返す。ただし, 赤玉を取り出したときは以後の試行を行わない。

(1) 試行が 1 回または 2 回で終わる確率は $\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$ である。(2) 試行が 1 回行われるごとに 100 円受け取るとする。受け取る金額の期待値は 円である。(3) 青玉がちょうど 2 回取り出される確率は $\frac{\text{テ}}{\text{ト}}$ である。(4) 黄玉が少なくとも 1 回取り出される確率は $\frac{\text{ナニ}}{\text{又ネ}}$ である。

第 2 問 (必答問題)

解答解説のページへ

[1] a を実数とし, x の整式 A, B を

$$A = x^3 + 5x^2 + a^2x + a^2 - 6a + 20$$

$$B = x^3 + (a^2 + 5)x + a^2 - 6a + 30$$

とする。このとき, $A - B = 5(x + \boxed{\text{ア}})(x - \boxed{\text{イ}})$ である。

(1) $P = x + \boxed{\text{ア}}$ とし, A が P で割り切れるとする。このとき, $a = \boxed{\text{ウ}}$,

$A = (x^2 + 4x + \boxed{\text{エオ}})P$ である。さらに, $B = (x^2 - x + \boxed{\text{カキ}})P$ であり,

A, B はともに P で割り切れる。

(2) $Q = x - \boxed{\text{イ}}$ とすると, A を Q で割った余り R は

$$R = \boxed{\text{ク}}(a - 1)^2 + 45$$

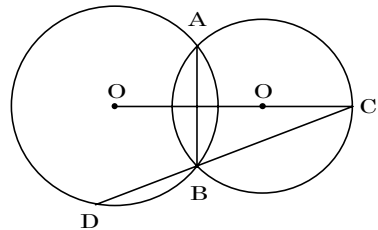
となる。よって, どんな a についても余り R は正となり, A は Q で割り切れない。

[2] 図のように交わる 2 円 O, O' がある。この図

において A, B は 2 円の交点, C は直線 OO' と円 O' の交点, D は直線 CB と円 O の交点である。

さらに,

$$\sin \angle ABC = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad AB = 3, \quad BD = \sqrt{5}$$



とする。このとき

$$\cos \angle ABD = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}, \quad AD = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

となり, 円 O の半径 OA は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。また円 O' の半径 $O'A$ は $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ で

ある。さらに 2 円の中心間距離は $OO' = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ となる。

第 3 問 (選択問題)

解答解説のページへ

(1) 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 2, a_2 = 3, a_{n+2} - a_n = 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき,

$$a_3 = \boxed{\text{ア}}, \quad a_4 = \boxed{\text{イ}}, \quad a_5 = \boxed{\text{ウエ}}, \quad a_6 = \boxed{\text{オカ}}$$

であり, $a_{40} = \boxed{\text{キク}}$ である。また, $\sum_{k=1}^{40} a_k = \boxed{\text{ケコサシ}}$ である。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の各項から定数 c を引いて得られる数列は, 公比 2 の等比数列である。

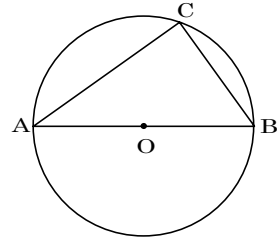
$$b_3 = 7, b_4 = 11 \text{ であるとき, } c = \boxed{\text{ス}}, \quad b_1 = \boxed{\text{セ}} \text{ である。また,}$$

$$\sum_{k=1}^{10} b_k = \boxed{\text{ソタチツ}} \text{ である。}$$

第 4 問 (選択問題)

解答解説のページへ

半径 1 の円 O の直径 AB によって分けられる半円周上を動く点 C がある。 ABC の内接円の中心を D とし、線分 CD の延長と円 O との交点を E とする。



次の文章中の $\boxed{\text{アイウ}}$ と $\boxed{\text{クケコ}}$ については、当てはまる文字を、 $A \sim E$ のうちから選べ。ただし、 A と U 、 K と C は解答の順序を問わない。

点 D の軌跡を調べよう。 D は ABC の内心であるから、

$$\angle ACD = \frac{1}{2} \angle \boxed{\text{アイウ}}$$

であり、 $\angle ABE = \angle ACE$ により、 $\angle ABE = \boxed{\text{エオ}}^\circ$ となる。よって、 A, B が定点であるから、 E は定点であることがわかる。次に、 EBD において、

$$\angle EDB = \angle DCB + \angle DBC, \quad \angle EBD = \angle ABE + \angle DBA$$

に注意すると、

$$\angle EDB = \boxed{\text{カキ}}^\circ + \frac{1}{2} \angle \boxed{\text{クケコ}} = \angle EBD$$

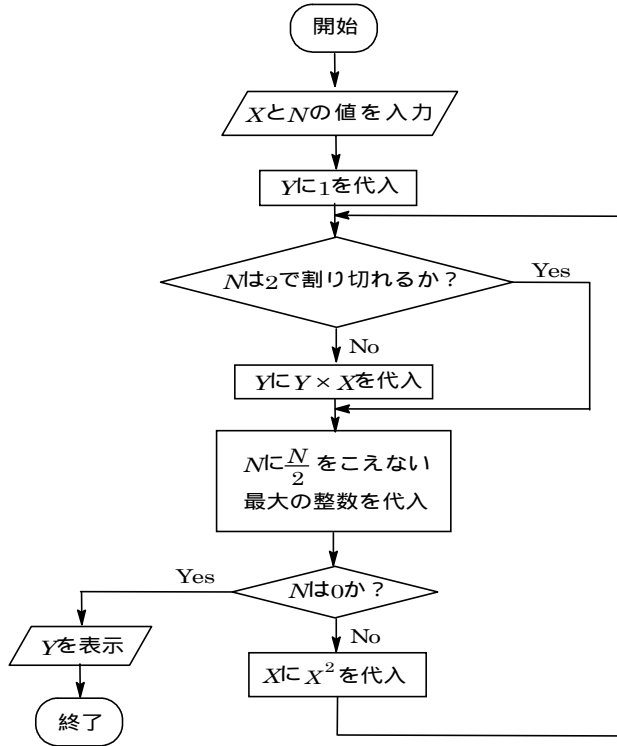
となる。したがって、 EBD は二等辺三角形で $ED = EB$ である。これにより D の軌跡は E を中心とした半径 $\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ の円弧であることがわかる。

ABC の内接円の半径を r とし、 E からこの内接円に引いた接線の接点と E との距離を l とする。 $l^2 = \boxed{\text{シ}} - r^2$ であるから、 $\angle ABC = \boxed{\text{スセ}}^\circ$ のとき l は最小となり、そのとき $l^2 = \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}} - \boxed{\text{チ}}$ である。

第 5 問 (選択問題)

解答解説のページへ

(1) 次の流れ図を考える。ただし、 N には自然数を入力することとする。



$X = 2, N = 5$ のとき、この流れ図にそって計算すると、 Y は アイ となる。また、 $X = 1, N = 13$ のとき、この流れ図にそって計算すると、処理 YにY×Xを代入 は ウ 回実行され、処理 XにX²を代入 は エ 回実行される。

(2) 次のプログラムを考える。ただし、 N には自然数を入力することとする。また、 $\text{INT}(A)$ は A をこえない最大の整数を与える関数とする。

```

100 INPUT "X=";X
110 INPUT "N=";N
120 Y=1
130 X=X*X
140 IF N-2*INT(N/2)=0 THEN GOTO 160
150 Y=Y*X
160 N=INT(N/2)
170 IF N=0 THEN GOTO 190
180 GOTO 140
  
```

```
190 PRINT "Y=";Y
```

```
200 END
```

このプログラムを実行し, X に 2, N に 5 を入力すると, $Y =$ と表示される。

- (3) (2)のプログラムを(1)の流れ図の処理を実行するプログラムに書き換えるためには, 130 行を削除し, 行として $X=X * X$ を追加すればよい。ただし, には次の 0 ~ のうちから当てはまるものを選べ。

0 115

145

155

175