第１問（必答問題）

解答解説のページへ

[1] (1) 関数 $f(x)=3^x+3^{-x}$ に対して，$f(x-1)=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\cdot 3^x+\boxed{ウ}\cdot 3^{-x}$ である。また，$f(x-1)=f(x)$ を満たす x を求めると，$x=\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ であり，このときの $f(x)$ の値は $\dfrac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ である。

(2) 関数 $y=\log_2\left(\dfrac{x}{2}+3\right)$ ……①のグラフは，関数 $y=\log_2 x$ ……②のグラフを x 軸方向に $\boxed{ケコ}$，y 軸方向に $\boxed{サシ}$ だけ平行移動したものである。①と②のグラフの共有点の座標は，$\left(\boxed{ス},\ 1+\log_2\boxed{セ}\right)$ である。

[2] 座標平面上の直線 $y=3x$ を l とする。原点 O と異なる l 上の点 A を第 1 象限にとり，x 軸に関して A と対称な点を B，l に関して B と対称な点を C とする。

(1) 直線 AB と x 軸との交点を D，$\angle\mathrm{AOD}=\theta$ とすると，$\tan\theta=\boxed{ソ}$，$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{\boxed{タチ}}}$ である。また，$\angle\mathrm{CAB}=\alpha$ とおくと，$\alpha=\boxed{ツテト}^\circ-\boxed{ナ}\theta$ であり，$\cos\alpha=\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$ となる。

(2) $\triangle\mathrm{OAB}$ の面積を S_1，$\triangle\mathrm{OBC}$ の面積を S_2 とする。$\angle\mathrm{BOC}=\boxed{ネ}\alpha$ であり，

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\sin 2\theta}{\sin\left(\boxed{ネ}\alpha\right)}=\frac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}}$$ である。

第2問（必答問題）

解答解説のページへ

a を 0 でない実数とし，関数 $f(x)$ を $f(x)=3ax^2-(8a+6)x+4a+6$ により定める。

(1) b，u，v を実数，$b\neq 0$ として，$g(x)=3bx^2+ux+v$ とおく。$g(x)$ が $\int_{-1}^{0} g(x)\,dx=-6$ を満たし，座標平面において，$y=g(x)$ の表す放物線 C が点 $(-1,\ -9)$ を通るとする。このとき u と v は b を用いて，$u=\boxed{\text{アイ}}+\boxed{\text{ウ}}$，$v=\boxed{\text{エ}}-\boxed{\text{オ}}$ と表される。さらに，放物線 $y=f(x)$ と放物線 C が，y 軸上で共有点をもち，その点における 2 つの放物線の接線が一致するならば，$a=\boxed{\text{カキ}}$，$b=\boxed{\text{ク}}$ となり，その接線の方程式は $y=\boxed{\text{ケコ}}\,x-\boxed{\text{サ}}$ である。

(2) a を，(1)の解のみに限定せずに，0 でない実数とする。関数 $h(x)$ を $h(x)=\int_0^x f(t)\,dt$ により定める。このとき，$x=0$ および $x=2$ における $h(x)$ の値と微分係数は，それぞれ

$h(0)=\boxed{\text{シ}}$，　　$h(2)=\boxed{\text{ス}}$

$h'(0)=\boxed{\text{セ}}\,a+\boxed{\text{ソ}}$，　　$h'(2)=\boxed{\text{タチ}}$

である。$0\leqq x\leqq 2$ の範囲で $h(x)$ が正の値も負の値も両方とるのは，$a<\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のときである。

第 3 問（選択問題）

解答解説のページへ

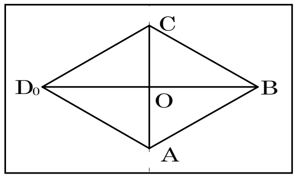

図1

紙片の上に図 1 のようなひし形 $\mathrm{ABCD_0}$ があり，$\mathrm{AB}=\mathrm{AC}=2$ とする。また，線分 AC の中点を O とする。この紙片を，図 2 のように空間の中で，AC に沿って 60° だけ折り曲げ，点 $\mathrm{D_0}$ の新しい位置を D とする。

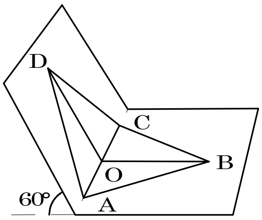

図2

(1)　このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ についての内積を求めると，

$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\boxed{\text{ア}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\boxed{\text{イ}}$，

$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ となる。

(2)　a を $0<a<1$ を満たす数とし，線分 BD を $a:(1-a)$ の比に内分する点 P をとる。このとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\left(\boxed{\text{カ}}-\boxed{\text{キ}}\right)\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\boxed{\text{ク}}\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{PA}}=\left(\boxed{\text{ケ}}-\boxed{\text{コ}}\right)\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\boxed{\text{サ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\left(\boxed{\text{シ}}-\boxed{\text{ス}}\right)\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\boxed{\text{セ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

である。したがって，$\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\boxed{\text{ソ}}\,a^2-\boxed{\text{タ}}\,a+\boxed{\text{チ}}$ となる。よって，

$\overrightarrow{\mathrm{PA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PC}}$ が直交するのは，$a=\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$，$\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のときである。

$\left(\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\right.$ と $\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ は解答の順序を問わない $\left.\right)$

第 4 問（選択問題）

解答解説のページへ

k を定数とし, c を正の定数とする。方程式 $x^3 - kx^2 + kcx + c^2 = 0$ ……①を考える。

方程式①が $x = -1$ を解にもつとする。このとき $k = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}$ であり, ①の左辺は,

$$x^3 - kx^2 + kcx + c^2 = (x+1)\left(x^2 - \boxed{\text{ウ}}\, x + \boxed{\text{エ}}^{\boxed{\text{オ}}} \right)$$

と因数分解される。

したがって, ①の -1 以外の解で, 虚部（虚数単位 i の係数）が正のものを α とすると,

$$\alpha = \boxed{\text{カ}}\left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}\, i \right)$$

となる。

複素数平面において, 原点を O とし, α, -1 を表す点をそれぞれ A, B とする。三角形 OAB が二等辺三角形となるのは, $c = \boxed{\text{サ}}$ のときである。このとき, $\alpha + 1$ を極形式で表すと,

$$\alpha + 1 = \sqrt{\boxed{\text{シ}}}\left(\cos \boxed{\text{スセ}}^\circ + i \sin \boxed{\text{スセ}}^\circ \right)$$

であり, $(\alpha + 1)^6 = \boxed{\text{ソタチ}}$ である。

第5問（選択問題）

解答解説のページへ

赤い玉が 2 個，青い玉が 3 個，白い玉が 5 個ある。これらの 10 個の玉を袋に入れてよくかきまぜ，その中から 4 個をとり出す。とり出したものに同じ色の玉が 2 個あるごとに，これを 1 組としてまとめる。まとめられた組に対して，赤は 1 組につき 5 点，青は 1 組につき 3 点，白は 1 組につき 1 点が与えられる。このときの得点の合計を X とする。

(1) X は $\boxed{\text{ア}}$ 通りの値をとり，その最大値は $\boxed{\text{イ}}$，最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) X が最大値をとる確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(3) X が最小値をとる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。また，X が最小値をとるという条件の下で，3 色の玉がとり出される条件つき確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

第 6 問（選択問題）

解答解説のページへ

n を 2 以上の整数とする。このとき，座標平面上の点$(x,\ y)$で，x と y が $x+y \leqq n$ を満たす正の整数であるものの全体に，1，2，……と順に番号をつけるため，次のプログラムをつくった。

このプログラムでは，たとえば，1 番目が点(1，1)であれば，

```
1)  1  1
```

のように出力される。

```
10 INPUT "n="; N
20 S=0
30 FOR K=2 TO N
40   FOR X=1 TO [ア]
50     Y=K-X : S=S+1
60     PRINT S;")"; X;Y
70   NEXT X
80 NEXT K
90 END
```

(1) 上のプログラム中の $\boxed{\text{ア}}$ に，次の①～⑨のうちから適当なものを 1 つ選んでプログラムを完成せよ。

① K+1　② K　③ K-1　④ N+1　⑤ N
⑥ N-1　⑦ N-K+1　⑧ N-K　⑨ N-K-1

(2) このプログラムを実行し，**n=?**に対して 3 を入力すると，新たに

1) $\boxed{\text{イ}}$ $\boxed{\text{ウ}}$
2) $\boxed{\text{エ}}$ $\boxed{\text{オ}}$
3) $\boxed{\text{カ}}$ $\boxed{\text{キ}}$

が表示される。

(3) このプログラムを実行し，**n=?**に対して 8 を入力すると，新たに表示される 10 番目，20 番目および最後から 1 つ前の行はそれぞれ

10) $\boxed{\text{ク}}$ $\boxed{\text{ケ}}$
20) $\boxed{\text{コ}}$ $\boxed{\text{サ}}$
$\boxed{\text{シス}}$) $\boxed{\text{セ}}$ $\boxed{\text{ソ}}$

となる。

(4) このプログラムによって，点$(4,\ 3)$が表示されるような最小の n は $\boxed{\text{タ}}$ であり，そのとき，この点は $\boxed{\text{チツ}}$ 番目に表示される。